INTERTEMPORALNI MODELI TEKUĆEG RAČUNA BILANSA PLAĆANJA:

teorijske i empirijske postavke

Emir Zildžović

Milan Nedeljković

Aleksandra Đorđević

FEFA

FAKULTET ZA EKONOMIJU, FINANSIJE I ADMINISTRACIJU

www.fefa.edu.rs

INTERTEMPORALNI MODELI TEKUĆEG RAČUNA BILANSA PLAĆANJA: Teorijske i empirijske postavke

Emir Zildžović
Milan Nedeljković
Aleksandra Đorđević

Beograd, 2016.

Elektronsko izdanje monografije FEFA

Intertemporalni modeli tekućeg računa bilansa plaćanja: teorijske i empirijske postavke

Autori :

dr Emir Zildžović
Evropska banka za obnovu i razvoj

doc. dr Milan Nedeljković
Fakultet za ekonomiju, finansije i administraciju – FEFA
Narodna banka Srbije
CESIfo, Minhen

i msc Aleksandra Đorđević
Ekonomski fakultet u Beogradu

Izdavač:
Fakultet za ekonomiju, finansije i administraciju – FEFA,
Bulevar Zorana Đinđića 44, Beograd
Univerzitet Singidunum
www.fefa.edu.rs

Za izdavača:
Prof. dr Neboša Savić, dekan FEFA

Recenzenti:
Prof. dr Branko Urošević, Ekonomski fakultet u Beogradu, redovni profesor
Prof. dr Nebojša Savić, FEFA, redovni profesor
Prof. dr Snežana Popovčić-Avrić, FEFA, redovni profesor
dr Nikola Altiparmakov, Fiskalni savet Republike Srbije

ISBN: 978-86-86281-34-0

Beograd, 2016. godina

Intertemporalni modeli tekućeg računa bilansa plaćanja: teorijske i empirijske postavke

Emir Zildžović, Milan Nedeljković i Aleksandra Đorđević

Sažetak:

Tekući račun bilansa plaćanja predstavlja jedan od ključnih indikatora trenutnog stanja i budućih kretanja jedne ekonomije. U savremenim uslovima intenzivnih i volatilnih kapitalnih tokova, tekući račun predstavlja osnovni indikator narastajućih spoljnjih neravnoteža i primarni kanal transmisije globalnih makro-finansijskih šokova, sa značajnim trenutnim i dinamičkim makroekonomskim efektima u zemlji i inostranstvu. Značaj analize i razumevanja kretanja u tekućem računu ističe potrebu razvoja odgovarajućih teorijskih modela. Ova monografija daje raščlanjen prikaz ključnih intertemporalnih modela tekućeg računa koji su se pojavili u literaturi u toku poslednjih dvadeset godina. Osnovni elementi svakog modela i izvođenja njegovih jednačina su detaljno prikazani kako bi čitalac po prvi put na jednom mestu imao priliku da razume i kritički uporedi ključne elemente različitih modela. Veze između odabranih teorijskih modela i njihove kratkoročne i dugoročne teorijske implikacije su posebno analizirane. Pored toga, monografija predstavlja alternativne ekonometrijske tehnike za empirijsku ocenu i testiranje prikazanih modela i predlaže nov i jedinstven okvir za ocenjivanje teorijskih modela korišćenjem modela prostora i stanja. Ekonometrijski okvir je ilustrovan na podacima iz tri otvorene ekonomije.

Ključne reči: Spoljna pozicija zemlje, Tekući račun bilansa plaćanja, Intertemporalni model, Model sadašnje vrednosti, Model šokova u produktivnosti, Model prostora i stanja, Vektorski autoregresivni model, Testovi modela sadašnje vrednosti.

JEL Klasifikacija: C32, C52, F32

Sadržaj

Deo I

Uvod

Tekući račun bilansa plaćanja predstavlja jedan od ključnih indikatora trenutnog stanja i budućih kretanja jedne ekonomije. Računovodstveno posmatrano, kretanje tekućeg računa u jednom periodu odražava razliku između rasta potraživanja domaćih rezidenata prema inostranom dohotku i rasta stranih potraživanja prema domaćem dohotku. Tekući račun platnog bilansa je pozitivan kada vrednost izvoza domaće ekonomije korigovana za kapitalne dobitke na neto inostranu aktivu zemlje nadmašuje vrednost uvoza, i negativan u suprotnom slučaju. Značaj analize i razumevanja kretanja u tekućem računu međutim prevazilazi osnovne računovodstvene relacije. U savremenim uslovima intenzivnih i volatilnih kapitalnih tokova, tekući račun predstavlja osnovni indikator narastajućih spoljnjih neravnoteža i primarni kanal transmisije globalnih makro-finansijskih šokova.[1] Spoljne neravnoteže usled rastućeg deficita tekućeg računa razvijenih zemalja i suficita tekućeg računa Kine i zemalja izvoznica primarnih proizvoda značajno su doprinele ne toliko izbijanju globalne finansijske krize 2008 godine, koliko prenošenju efekata krize među razvijenim zemljama (Obstfeld, 2012). Fratzscher (2012) i Ayala et al (2016) pokazuju da je bilans tekućeg računa predstavljao ključnu determinantu ponašanja globalnih investitora prilikom kapitalnih odliva iz zemalja u razvoju tokom krize i ponovnih priliva u periodu nakon krize. Reinhart i Reinhart (2009) i Catao i Milesi-Ferretti (2014) takođe ističu da velike spoljne neravnoteže povećavaju rizike izbijanja finansijskih kriza i to naročito u zemljama sa tržištem u nastajanju (engl. *emerging markets*). Ocena održivosti spoljnih pozicija uz identifikaciju i kvantifikaciju uticaja njenih ključnih determinanti stoga ima značajne implikacije za kreatore ekonomske politike. U tom pravcu, Međunarodni monetarni fond je 2006. inicirao multilateralni konsultativni proces sa ciljem da doprinese smanjenju globalnih neravnoteža, a slična pitanja razmatra i grupa dvadeset najrazvijenijih zemalja sveta (G20). Značaj analize dinamike spoljne pozicije je prepoznat i od strane Evropske komisije koja je bilans tekućeg računa (u vidu trogodišnjeg pokretnog proseka, zahteva se da bude veći od -3% BDP-a) i nivo neto međunarodne investicione pozicije (zahtev je da bude veći od -35% BDP-a) uključila u indikatore procedure makroekonomskih neravnoteža, koji predstavljaju dopunu kriterijuma iz Mastrihta, a koje zemlje moraju da ispune kako bi pristupile zoni evra.

Kretanja u tekućem računu takođe mogu imati značajne trenutne i dinamičke makroekonomske efekte u zemlji i inostranstvu. Perzistentan deficit tekućeg računa predstavlja akumuliranje obaveza jedne zemlje prema inostranstvu i ističe neophodnost unapređenja izvoza u budućnosti kako bi zemlja bila u stanju da servisira svoje obaveze. Povlačenje sredstava kreditora u određenom trenutku može usloviti potrebu za značajnim smanjivanjem deficita tekućeg računa što može imati značajne makroekonomske posledice. Zaokret u tekućem računu može voditi padu nacionalnog dohotka, promeni relativnih cena (devizni kurs i odnosi razmene) i imati negativne bilansne efekte na tržišne učesnike kod kojih je udeo obaveza denominiranih u stranoj valuti visok što posredno utiče i na nivo rizika u bankarskom sektoru (Calvo i Reinhart, 2000; Mendoza, 2010).[2] Lane i Milesi-Ferretti (2012) upravo pokazuju da je nivo kontrakcije privredne

[1] Eichengreen et al (2012) pokazuju da je prenošenje efekata krize u kratkom roku u najvećoj meri pod uticajem kratkoročnih fundamenata.

[2] Potencijalni pravac budućeg istraživanja moglo bi biti ispitivanje uticaja konkurencije u bankarskom sektoru na prenošenje efekata spoljnih šokova. Za analizu konkurencije u bankarkom sektoru Srbije videti Babić et al. (2015).

akivnosti tokom kriznog perioda (2007-09) bio veći u zemljama sa višim nivoom deficita tekućeg računa u pretkriznom periodu. Na globalnom nivou, relativne promene u tekućem računu izmedju zemalja se odražavaju na promene u nivou globalnih kamatnih stopa (Bernanke, 2005), a preko njih i na druge relativne cene (devizni kurs i odnosi razmene) i optimalnu alokaciju svetskih proizvodnih resursa.

Značaj analize i razumevanja kretanja u tekućem računu ističe potrebu razvoja odgovarajućih teorijskih modela. Činjenica da tekući račun odražava kretanje mnoštva makroekonomskih i finansijskih mehanizama postavlja značajan izazov za teoriju. Teorijska literatura koja analizira kretanje bilansa tekućeg računa se istorijski razvijala u tri pravca. Početna literatura iz sredine prethodnog veka polazi od statičkog pristupa tekućem računu gde promene u međunarodnim relativnim robnim cenama predstavljaju ključnu determinantu kretanja tekućeg računa. Dati modeli odražavaju pogled na bilans tekućeg računa iz perspektive trgovinskog bilansa, u skladu sa ograničenim nivoom međunarodnih kapitalnih tokova u tom periodu. Drugi pravac literature predstavljaju modeli u duhu Mundell-Fleming modela, koji se zasnivaju na osnovnim statičkim makroekonomskim jednačinama iz kojih se izvodi očekivano kretanje tekućeg računa. Oba pravca u literaturi međutim ne uzimaju u obzir dinamički karakter tekućeg računa koji se ekvivalentno može izraziti kao razlika između nacionalne štednje i domaćih investicija, a koje predstavljaju rezultat optimalnih i prema budućnosti okrenutih (engl. *forward looking*) odluka tržišnih učesnika. Treći pravac literature se stoga bazira na intertemporalnom pristupu tekućem računu gde dinamika tekućeg računa zavisi od odluka o potrošnji i investicijama koje donose agenti sa racionalnim očekivanjima (Sachs, 1981; Obstfeld, 1982; Svennson i Razin, 1983, Obstfeld i Rogoff, 1996). Ovi modeli su bazirani na mikro-ekonomskim osnovama gde se odluke ekonomskih subjekata o potrošnji i investicijama zasnivaju na očekivanjima o budućim kretanjima, poput očekivanog rasta produktivnosti i promene realne kamatne stope. Modeli na taj način obuhvataju uticaj makroekonomskih faktora na relativne robne cene, ali i efekat tekućih i budućih relativnih cena na investicije i štednju. Pored toga, uvodeći kapitalne tokove direktno pored standardnih tokova robe i usluga, dinamika tekućeg i kapitalnog računa platnog bilansa postaju integrisane, dok različiti tipovi nominalnih rigidnosti i tržišnih nesavršenosti (Obstfeld i Rogoff, 1996) takođe mogu biti direktno uključeni.[3]

Ova monografija daje pregled novijih teorijskih modela koji pokušavaju da objasne kretanje tekućeg računa platnog bilansa bazirajući se na intertemporalnom pristupu. Monografija daje raščlanjen prikaz osnovnih modela u ovoj oblasti koji su podeljeni u dve grupe. Prva grupa modela polazi od pretpostavke da isključivo odluke o potrošnji tj. štednji ekonomskih subjekata utiču na kretanje tekućeg računa, dok je dinamika investicija ostavljena egzogenom i izvan osnovnog modela. Ova grupa modela obuhvata

[3] Pored teoretske literature, postoji veliki broj empirijskih studija kretanja tekućeg računa. Najveći broj studija koristi panel ekonometrijske tehnike kako bi identifikovao veze između tekućeg računa bilansa plaćanja i makro-ekonomskih i socijalnih varijabli (detaljan pregled istraživanja u ovoj oblasti dat je u Cusolito i Nedeljkovic, 2013, a primena u Portugal i Zildžović, 2016). Dabelle i Farque (1996) i kasnije MMF (IMF CGER, 2006, IMF EBA, 2013) empirijski analiziraju strukturalne determinante tekućeg računa bilansa plaćanja u industrijskim zemljama sa aspekta štednje i investicija. Calderon et al. (2002), Chinn i Prasad (2003), Chinn i Ito (2007) proširuju analizu i na zemlje u razvoju, a Urošević et al. (2012) i Zildžović (2015a) po prvi put u analizu uključuju i Srbiju. Uz to, deo istraživanja se fokusira na predviđanje zaokreta u tekućem bilansu sa ciljem identifikacije faktora koji dovode do spoljnog prilagođavanja (videti npr. pregled u Freund i Warnock, 2007). Empirijska analiza determinanti tekućeg bilansa je u najvećoj meri ateorijska i nastoji da iz velikog skupa determinanti identifikuje ključne faktore koji određuju njegovo kretanje. Pitanje izbora determinanti je međutim neminovno povezano sa teoretskim modelima.

osnovni intertemporalni model prikazan u Obstfeld i Rogoff (1996) i njegova najznačajnija unapređenja kroz: uključivanje navika u potrošnji (Gruber, 2004), uvođenje nesavršenosti na tržištu kapitala koje ograničavaju optimalno raspoređivanje potrošnje privrednih subjekata i uvode ulogu fiskalne politike (Bussiere et al, 2004), uključivanje različitih tipova funkcije korisnosti i diferenciranje razmenljivih i nerazmenljivih dobara što daje prostor za eksplicitnu ulogu promenljivosti realnog deviznog kursa i kamatnih stopa u kretanju tekućeg računa (Bergin i Sheffrin, 2000) i uključivanje odnosa uvoznih i izvoznih cena tj. odnosa razmene (Bouakez i Kano, 2008). Svi modeli u ovoj grupi su iskazani u formi modela sadašnje vrednosti koji omogućava njihovu direktnu uporedivost. Drugu grupu modela čine modeli šokova u produktivnosti (Glick i Rogoff, 1995, Gruber, 2002) koji uvode investicije u intertemporalni model. Pošto tekući račun bilansa plaćanja predstavlja razliku između štednje i investicija, šokovi u produktivnosti određuju dinamiku investicija i tekućeg računa u ovom pristupu. Osnovni elementi svakog modela i izvođenja njegovih jednačina su detaljno prikazani kako bi čitalac po prvi put na jednom mestu imao priliku da razume i kritički uporedi ključne elemente različitih modela. Posebno podpoglavlje daje dodatni uporedni prikaz alternativnih modela.

Monografija potom predstavlja alternativne ekonometrijske tehnike za empirijsku ocenu i testiranje teorijskih implikacija prikazanih modela. Dok je korišćenje vektorskih autoregresivnih modela (VAR) relativno standardno i ukratko prikazano, monografija predlaže nov i jedinstven okvir za ocenjivanje prikazanih teorijskih modela korišćenjem modela prostora i stanja. Ekonometrijski okvir je u poslednjem delu monografije primenjen na podacima iz tri otvorene ekonomije, Australije, Kanade i Velike Britanije, standardnih primera u literaturi. Empirijski rezultati ukazuju da se performanse modela razlikuju tokom vremena i po zemljama. U slučaju Australije oni ukazuju na dominaciju modela sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku, uz periode u kojima su model sa navikama u potrošnji (sredinom 80-tih) ili model sa šokovima produktivnosti (krajem 70-tih, tokom 90-tih i sredinom 2000-tih) jednako dobro objašnjavali kretanje tekućeg računa. Rezultati za Kanadu pokazuju da je model sa navikama u potrošnji najbolje objašnjavao kretanje tekućeg računa naročito u drugoj polovini uzorka, dok je model sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku bio dominantan krajem 70-tih i tokom 80-tih. U Velikoj Britaniji kretanje tekućeg računa najbolje je objašnjeno pomoću modela sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku, model sa navikama u potrošnji je jednako dobar u objašnjavanju kretanja tekućeg računa od druge polovine 1990-tih do 2010. godine, a model sa šokovima u produktivnosti od 2005. do kraja analiziranog perioda.

Teorijske implikacije ovih rezultata su brojne. Značajna uloga navika u objašnjavanju kretanja tekućeg računa svih zemalja, ukazuje da su ne samo tranzitorni, već i permanentni šokovi uticali na kretanje tekućeg računa, kao i to da su ekonomski subjekti manji značaj pri donošenju odluka davali budućem fundamentima. Ovo ne iznenađuje, obzirom da je model sa navikama dominantan u Kanadi i Velikoj Britaniji od 1990-tih godina, tj. u periodu smanjenja makroekonomske volatilnosti u ovim zemljama. Superiornost modela sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku ukazuje da je variranje željenog nivoa potrošnje u zavisnosti od promene relativnih cena (engl. *consumption tilting*) doprinelo povećanju volatilnosti tekućeg računa i ukazuje da su potrošači spremni da odustanu od vremenskog uprosečavanja potrošnje pod uticajem šokova u kamatnoj stopi i realnom deviznom kursu. Na kraju, dobre relativne performanse modela koji uključuje uticaj investicija i produktivnosti, u Australiji tokom 70-tih, 90-tih i krajem 2000-tih i Velikoj Britaniji krajem 2000-tih, ukazuju da šokovi u produktivnosti mogu da doprinesu povećanju volatilnosti tekućeg računa. Nalaz je istovremeno i kritika modela sadašnje vrednosti koji zanemaruju kretanje relativne produktivnosti pretpostavljajući egzogenost investicija.

U rekapitulaciji, monografija ima nekoliko doprinosa postojećoj literaturi. Prvo, ona predstavlja prvu sveobuhvatnu studiju na srpskom jeziku koja na jednom mestu izlaže novije teorijske modele tekućeg računa, njihove empirijske testove i tehnike ocenjivanja. Nivo prikaza svakog modela i izvođenja njegovih jednačina je svesno detaljan u cilju lakšeg razumevanja i kritičkog upoređivanja ključnih elemenata različitih modela i može se koristiti u nastavne svrhe. Drugo, monografija pokazuje da model prostora i stanja daje jedinstven ekonometrijski okvir za ocenjivanje modela sadašnje vrednosti i modela sa šokovima produktivnosti, omogućavajući na taj način po prvi put direktno upoređivanje empirijskih performansi dve klase modela. Konačno, monografija analizira performanse teorijskih modela tekućeg računa i nastoji da izvede praktične implikacije tj. razloge za odbacivanje pojedinačnih intertemporalnih modela. Vredi istaći da prikaz modela sadašnje vrednosti i njegovo ocenjivanje kroz model prostora i stanja može biti korisno i za istraživače koji nisu direktno zainteresovani za analizu tekućeg računa bilansa plaćanja. Imajući u vidu da se modeli vrednovanja aktive (cena akcija, nekretnina, deviznih kurseva, itd.) takođe mogu iskazati u formi modela sadašnje vrednosti, rezultati ove monografije se mogu koristiti kao polazna osnova u istraživanjima u ovim oblastima.

Struktura monografije je sledeća. Naredno poglavlje daje teorijski osvrt na intertemporalne modele koji pokušavaju da objasne kretanje tekućeg računa bilansa plaćanja. U trećem poglavlju je izložena empirijska metodologija koja se koristi za ocenjivanje intertemporalnih modela, kao i testovi intertemporalnog modela. Četvrto poglavlje objašnjava konstrukciju podataka koji su korišćeni u analizi i prikazuje rezultate testova modela i njihove ocene. Zaključna razmatranja sa implikacijama za buduća istraživanja su data u petom delu. Dodatak sadrži više tehničkih detalja u vezi sa intertemporalnim modelima i testovima sadašnje vrednosti.

Autori su zahvalni recenzentima prof. dr Branku Uroševiću, prof. dr Nebojši Saviću, prof. dr Snežani Popovčić Avrić i dr Nikoli Altiparmakovu na korisnim savetima i sugestijama. Autori su zahvalni prof. dr Pavlu Petroviću, prof. dr Bošku Živkoviću i prof. dr Aleksandri Nojković na korisnim komentarima i sugestijama u ranijim fazama pripreme teksta. Svi eventualni propusti i greške su odgovornost autora.

Autori

Deo II

Intertemporalni modeli tekućeg računa

Intertemporalni pristup koji se pojavio 80-tih u radovima Sachs-a (1981), Obstfeld-a (1982) i Svennson i Razin-a (1983), a kasnije je prihvaćen i afirmisan u radu Obstfeld-a i Rogoff-a (1996) predstavlja osnovni teorijski model za analizu kretanja tekućeg računa. On tretira tekući račun bilansa plaćanja kao ishod odluka o potrošnji i investicijama koje na mikro-niovu donose pojedinci sa beskonačnim horizontom ulaganja. Osnovni model polazi od pretpostvke o savršenoj mobilnosti kapitala. Konkretno, mala otvorena ekonomija je u stanju da se u svakom trenutku zaduži na globalnom tržištu kapitala. Uz to, jedina aktiva kojom se trguje na globalnom tržištu kapitala je bezrizična obveznica, a zemlja je dovoljno mala da transakcije koje ona obavlja ne mogu da promene svetsku kamatnu stopu, koja je konstantna (upravo zbog ove pretpostavke model se odnosi samo na male otvorene ekonomije[4]). Pored toga, model polazi od pretpostavke da zemlja proizvodi jedno, razmenljivo dobro, a proizvodnja, investicije i državni izdaci su egzogeni. Mala otvorena ekonomija je predstavljena pomoću reprezentativnog potrošača, čija korisnost zavisi od potrošnje, a marginalna korisnost je njena opadajuća funkcija (detalji o funkciji korisnosti dati su u nastavku). Poslednje svojstvo funkcije korisnosti utiče na to da ekonomski agent pokušava da rasporedi potrošnju kako bi ona bila što bliže optimalnom nivou. To znači da ako je potrošnja u tekućem periodu visoka u odnosu na očekivanu potrošnju u narednom periodu (diskontovanu subjektivnim faktorom vremenske preferencije) agent će se odreći dela tekuće potrošnje kako bi povećao potrošnju u budućnosti s obzirom da je tada marginalna korisnost potrošnje veća. Ukoliko se pretpostavi i da je subjektivni faktor vremenske preferencije jednak tržišnom diskontnom faktoru, tada agent želi da održi isti nivo potrošnje u svakom periodu (videti izvođenje Ojlerove jednačine u nastavku).

Osnovni intertemporalni model tekućeg računa platnog bilansa daje relativno lošu empirijsku ocenu. Naime, iako je serija tekućeg računa koja bi bila optimalna sa aspekta rasporeda potrošnje u dugom roku prema modelu obično pozitivno korelisana sa stvarnim podacima, model nije u stanju da objasni visoku volatilnost tekućeg računa koja je prisutna u većini zemalja. Pored toga, statistički testovi (o kojima će više reči biti u narednom odeljku) najčešće odbacuju ovaj model.

Mogući razlozi za empirijsko odbacivanje osnovnog intertemporalnog modela su brojni:

1. Optimizirajuće ponašanje potrošača, jer je moguće da potrošači ne žele da održe konstantni nivo potrošnje, već njenu promenu usled postojanja navika (Gruber, 2004), a moguće je i da su za dovoljno visoku kamatnu stopu spremni da se odreknu dela tekuće potrošnje kako bi povećali potrošnju u budućnosti (Bergin i Sheffrin, 2000).

2. Racionalna očekivanja, jer je moguće da agenti nisu u potpunosti racionalni i da postoji deo agenata koji ne vrši optimalno raspoređivanje potrošnje u vremenu (Bussiere et al, 2004).

3. Jednostavne preferencije, s obzirom da osnovni model pretpostavlja kvadratnu funkciju korisnosti (Bergin i Sheffrin, 2000).

4. Specifikacija svetskih finansijskih tržišta, na kojima se trguje isključivo bezrizičnim obveznicama sa fiksnom kamatnom stopom. Engel i Rogers (2009) nalaze da potrošnja

[4] Bez obzira na to model se bolje pokazao u slučaju velikih zemalja (videti npr. Bergin, 2013 i reference u njemu).

u znatno većoj meri reaguje na promene očekivanog dohotka, što potencijalno ukazuje na nesavršenosti tržišta kapitala.[5]

5. Pretpostavljena egzogenost investicija, s obzirom da model preko agregatne štednje reaguje na promene potrošnje, a tekući račun predstavlja razliku agregatne štednje i investicija. Stoga endogenizovanje investicija potencijalno može da poveća modelsku volatilnost tekućeg računa (Glick i Rogoff, 1995).

Novija istraživanja su stoga išla u pravcu relaksiranja nekih od pretpostavki modela - uključivanje navika u potrošnji (Gruber, 2004), uvođenje fiskalne politike uz nesavršenosti na tržištu kapitala koje ograničavaju optimalno raspoređivanje potrošnje (Bussiere et al, 2004), omogućavanje varijabilnosti realnog deviznog kursa i kamatnih stopa (Bergin i Sheffrin, 2000), dodavanje egzogenih šokova u odnosima razmene (Bouakez i Kano, 2008) i endogenizovanje investicija (Glick i Rogoff, 1995 i Gruber, 2002).

Osnovni model pretpostavlja da tekući račun reaguje isključivo na privremene šokove u dohotku, dok permanentni šok u proizvodnji biva praćen ekvivalentnim povećanjem potrošnje i takva promena nema efekat na tekući račun. Međutim, ukoliko se u funkciju korisnosti uključe navike u potrošnji (Gruber, 2004) korisnost više ne zavisi od nivoa već od promene potrošnje (ovakav tip preferencija naziva se neseparabilnim). Takva specifikacija funkcije korisnosti implicira da potrošači žele da promena potrošnje tokom vremena bude konstantna. U tom slučaju tekući račun ne samo da reaguje na promene tekućeg već i permanentnog dohotka. Usled postojanja navika potrošnja se sporije prilagođava od permanentnog dohotka na trajne šokove proizvodnje, pa se otvara privremeni jaz između potrošnje i permanentnog dohotka koji utiče na tekući račun. Konkretnije, permanentni šok u proizvodnji deluje i na povećanje potrošnje i na povećanje štednje, pa time i tekućeg računa (u iznosu pomenutog jaza). Obzirom da agenti reaguju i na šokove u permanentnom i tekućem dohotku tekući račun postaje više volatilan. Kano (2009) nalazi da je ovaj model opservabilno ekvivalentan modelu sa šokovima u svetskoj kamatnoj stopi.

Osnovni model pretpostavlja da su svi agenti racionalni. Međutim, razumno je pretpostaviti i da deo agenata ne ispoljava optimizirajuće ponašanje, tj. da se deo agenata suočava sa likvidnosnim ograničenjima te nije u stanju da vrši optimalno raspoređivanje potrošnje, već u potpunosti troši svoj raspoloživi dohodak (Bussiere et al, 2004). U takvim okolnostima efekat permanentnih šokova u proizvodnji na tekući račun je manji nego u modelu sa navikama, jer oni utiču samo na deo agenata koji vrše intertermporalnu optimizaciju. Međutim, to ne znači nužno da je i volatilnost tekućeg računa u ovom modelu manja, jer dok osnovni model pretpostavlja da važi Rikardijanska ekvivalencija, u ovom modelu promene u fiskalnim prihodima i rashodima direktno utiču na potrošnju nerikardijanskih agenata.

Pomenute modifikacije intertemporalnog pristupa i dalje pretpostavljaju najjednostavniji oblik preferencija - kvadratnu funkciju korisnosti, prema kojoj potrošač želi da očuva nivo ili promenu potrošnje konstantnim. Međutim, moguće je i da su potrošači spremni da prihvate nivoe potrošnje koji mnogo više variraju tokom vremena ukoliko je nagrada za odricanje od tekuće potrošnje (povećanje štednje) dovoljno velika. Upravo to

[5] Nesavršenosti na tržištu kapitala mogu se javiti i u slučaju nesavršenih informacija. Tada promena deprecijacija valute vodi padu cena domaće aktive i prilivima kapitala (Froot i Stein, 1991). Za detaljniju analizu efekata stranih direktnih investicija na lokalnu produktivnost videti Đorđević (2015) i Zičdžović et al. (2016).

je moguće postići u modelu sa varijabilnom kamatnom stopom i funkcijom korisnosti višeg stepena (engl. *power utility function*). Ukoliko se varijabilna kamatna stopa poveća potrošači će biti spremni da se u većoj meri odreknu tekuće potrošnje kako bi povećali potrošnju u budućnosti (videti u nastavku Ojlerovu jednačinu modela koji su formulisali Bergin i Sheffrin, 2000). Dakle, efekat varijabilne kamatne stope na povećanje volatilnosti tekućeg računa ostvaruje se preko variranja željenog nivoa potrošnje (koji je u ranijim modelima bio konstantan).

Prethodno izloženi modeli i dalje pretpostavljaju da zemlja proizvodi samo jedno razmenljivo dobro. Uključivanjem nerazmenljivih dobara u model, moguće je u analizu uključiti dodatni izvor varijabilnosti tekućeg računa, efekte oscilacija realnog deviznog kursa i odnosa razmene (Bergin i Sheffrin, 2000, Bouakez i Kano, 2008). Slično kao i u slučaju varijabilne kamatne stope, promene u relativnim cenama vode promeni optimalnog rasporeda potrošnje tokom vremena (varijacije u realnom kursu svoj efekat na potrošnju ostvaruju modifikacijom Ojlerove jednačine, dok promene u odnosima razmene deluju kao i promene u neto proizvodnji). Međutim, promene realnog kursa izazivaju dva efekta - intratemporalni i intertemporalni efekat supstitucije razmenljivih i nerazmenljivih dobara. Intertemporalni efekat podrazumeva da će ukoliko se očekuje pad cene nerazmenljivih dobara u odnosu na razmenljiva (realna deprecijacija valute) doći do smanjenja potrošnje i poboljšanja tekućeg računa. To se dešava zbog toga što je spoljni dug zemlje u stranoj valuti, pa u uslovima očekivane deprecijacije (pada cena nerazmenljivih dobara u odnosu na razmenljiva) očekivani troškovi otplate duga rastu u narednom periodu i agenti povećavaju štednju reagujući na očekivano povećanje izdataka. Intratemporalni efekat podrazumeva da ukoliko su nerazmenljiva dobra trenutno skupa, agenti supstituišu potrošnju ovih dobara razmenljivim dobrima koja su trenutno jeftina, što vodi rastu potrošnje i pogoršanju tekućeg računa. Koji od dva efekta će biti dominantan zavisi od odnosa intertemporalne i intratemporalne stope supstitucije.

Modeli koji su do sada objašnjeni polaze od toga da isključivo odluke o potrošnji tj. štednji utiču na kretanje tekućeg računa. Međutim, kako je tekući račun prema sistemu nacionalnih računa razlika agregatne štednje i investicija, radovi Glick i Rogoff (1995), a kasnije i Gruber (2002), proširuju model endogenizujući investicije. Sada šokovi u produktivnosti koji su ranije imali efekat isključivo na štednju utiču i na investicije, pa je potencijal modela da reprodukuje oscilacije tekućeg računa povećan. Konkretno, trajni šok u produktivnosti zemlje vodi rastu marginalnog proizvoda kapitala i stimuliše investicije čime direktno pogoršava tekući račun. Uz to, rast investicija povećava kapitalni stok, a time i proizvodnju u narednom periodu. Kao i u ranije predstavljenim modelima potrošači žele da odmah konzumiraju deo budućeg povećanja dohotka, što dodatno pogoršava tekući račun. Dakle tekući račun se pogoršava kako usled rasta investicija, tako i usled smanjenja štednje. Uz to, ova specifikacija omogućava i diferenciranje efekata domaćih i globalnih šokova u produktivnosti.

Ostatak ovog poglavlja daje detaljan pregled navedenih intertemporalnih modela. Prvo (pododeljak 1.1) će biti prikazani modeli koji pretpostavljaju standardnu kvadratnu funkciju korisnosti reprezentativnog agenta, što istovremeno isključuje potrebu za linearizacijom Ojlerove jednačine. Unutar njih počećemo od osnovnog intertemporalnog modela (Obstfeld i Rogoff, 1996). Nakon toga prikazaćemo model koji dozvoljava formiranje navika u potrošnji, tj, koji pretpostavlja nerazdvojivu funkciju korisnosti

(Gruber, 2004), a potom i model sa likvidnosnim ograničenjima (Bussiere et al, 2004) koji uvodi pretpostavku da deo agenata ne vrši optimalno raspoređivanje potrošnje. U nastavku (pododeljak 1.2) su dati modeli koji relaksiraju pretpostavku o kvadratnoj funkciji korisnosti, uvodeći funkciju korisnosti višeg stepena u modelu sa varijabilnim kamatnim stopama i deviznim kursevima (Bergin i Sheffrin, 2000) i modelu sa odnosima razmene (Bouakez i Kano, 2008). Relaksacija pretpostavke o kvadratnoj funkciji korisnost takođe vodi potrebi za (log)linearizacijom Ojlerove jednačine. Svi modeli u ova dva pododeljka su iskazani u formi modela sadašnje vrednosti koji omogućava njihovu direktnu uporedivost. Model šokova u produktivnosti je prikazan u pododeljku 2, dok je kratak uporedni pregled različitih modela prikazan u poslednjem delu ovog poglavlja.

1 Modeli sadašnje vrednosti

Ovaj odeljak detaljno prikazuje modele sadašnje vrednosti. Postupak rešavanja svih modela izloženih u nastavku ovog podpoglavlja može se prikazati u tri koraka:

1. Izvođenje Ojlerove jednačine kao uslova prvog reda maksimizacije korisnosti reprezentativnog potrošača.
2. Izvođenje jednačine potrošnje pomoću intertemporalnog budžetskog ograničenja i Ojlerove jednačine.
3. Izvođenje finalne jednačine tekućeg računa zamenom prethodno izvedene jednačine potrošnje u identitet tekućeg računa.

1.1 Modeli sa kvadratnom funkcijom korisnosti

1.1.1 *standardni intertemporalni model (Obstfeld i Rogoff, 1996)*

Intertemporalni pristup tekućem računu pretpostavlja da postoji reprezentativni potrošač[6] koji u uslovima neizvesnosti maksimizira očekivanu korisnost[7]:

$$U_t = E_t\{\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U(C_s)\} \tag{1.1}$$

uz ograničenje prema kome je tekući račun CA_t u datom periodu t jednak promeni stoka neto strane aktive zemlje, odnosno, zbiru kamatnih plaćanja na neto stranoj aktivi rB_t i neto izvoza $(Y_t - I_t - G_t - C_t)$:

$$CA_t = B_{t+1} - B_t = rB_t + Y_t - I_t - G_t - C_t \tag{1.2}$$

gde $E_t\{\cdot\}$ označava očekivanje u odnosu na izraz u zagradi formirano u trenutku t, $U(C)$ je funkcija korisnosti, a β je subjektivni diskontni faktor. B_t je neto strana

[6] Za uslove i implikacije pretpostavke o postojanju reprezentativnog agenta videti Dodatak.

[7] Funkcija korisnosti je neprekidna, diferencijabilna, rastuća po potrošnji C_t (tj. $u\prime(C_t) > 0$) i konveksna ($u\prime\prime(C_t) < 0$). Opadajuća marginalna korisnost potrošnje podstiče agenta da vrši optimalno raspoređivanje potrošnje u vremenu. Naime, ukoliko je tekuća potrošnja visoka, a u budućnosti se očekuje njeno smanjenje, odlaganje potrošnje može da poveća ukupnu korisnost potrošača.

aktiva zemlje (uključujući dug i privatnog i javnog sektora), Y_t bruto domaći proizvod (BDP), C_t privatna potrošnja, I_t agregatne investicije, G_t državna potrošnja i r svetska kamatna stopa.

Kako bismo izveli intertemporalno budžetsko ograničenje zapišimo gornji izraz kao:

$$(1+r)B_t = I_t + G_t + C_t - Y_t + B_{t+1} \tag{1.3}$$

Ukoliko ga podelimo sa $1+r$ u trenutku $t+1$ on postaje:

$$B_{t+1} = \frac{I_{t+1} + G_{t+1} + C_{t+1} - Y_{t+1}}{1+r} + \frac{B_{t+2}}{1+r}$$

Ukoliko se ovaj izraz uvrsti u (1.3) dobija se:

$$(1+r)B_t = I_t + G_t + C_t - Y_t + \frac{I_{t+1} + G_{t+1} + C_{t+1} - Y_{t+1}}{1+r} + \frac{B_{t+2}}{1+r}$$

U trenutku $t+2$, B_{t+2} je:

$$\frac{B_{t+2}}{1+r} = \frac{I_{t+2} + G_{t+2} + C_{t+2} - Y_{t+2}}{(1+r)^2} + \frac{B_{t+3}}{(1+r)^2}$$

Ukoliko se nastavi sa zamenama $B_{t+3}, B_{t+4}, ...$ i uzmu očekivanja ovog izraza u trenutku t, intertemporalno budžetsko ograničenje je moguće zapisati kao:

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(C_s) + (\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(B_s) = (1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s) \tag{1.4}$$

Postavljajući **uslov transverzalnosti**, $\lim_{s\to\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}B_s = 0$, koji isključuje mogućnost da zemlja kumulira bogatstvo ili dug (engl. *no-Ponzi game condition*) intertemporalno budžetsko ograničenje se može zapisati kao[8]:

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(C_s) = (1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s) \tag{1.5}$$

Izraz pokazuje da očekivana diskontovana suma buduće potrošnje (izraz sa leve strane) mora biti jednaka zbiru očekivane diskontovane sume buduće neto proizvodnje (proizvodnje umanjene za agregatne investicije i državne izdatke) i početne vrednosti neto strane aktive, B_t.

Izvođenje Ojlerove jednačine

Da bi se rešio problem maksimizacije korisnosti potrošača neophodno je izvesti Ojlerovu jednačinu. Ona određuje proces po kome agent formira očekivanja buduće potrošnje.

[8] Zemlja koja se zaduži jednu jedinicu u početnom periodu mogla bi da se zaduži i u narednim periodima kako bi otplatila kamatu i glavnicu duga. U tom slučaju njen dug bi rastao po stopi $(1+r)$. Međutim kreditori bi u nekom trenutku prestali da finansiraju njen dug kako bi povećali sopstvenu potrošnju. Hipotetički moguće je da se zemlja zadužuje neograničeno ukoliko je njena stopa rasta veća od kamatne stope koju plaća na svoj dug (videti Obstfeld i Rogoff, 1996).

Kako bismo izveli Ojlerovu jednačinu rešimo problem maksimizacije potrošnje sa koji se suočava reprezentativni agent:[9]

$$\max_{C_s} U_t = E_t\{\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U(C_s)\} \tag{1.6}$$

uz uslov koji predstavlja intertemporalno budžetsko ograničenje (1.5):

$$(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t(Y_s - G_s - I_s - C_s) = 0 \tag{1.7}$$

Lagranžijan ovog problema je:

$$L = E_t\{\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U(C_s)\} + l[(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t(Y_s - G_s - I_s - C_s)]$$

ged je l Lagranžov multiplikator.
Uslovi prvog reda (izvod gornjeg izraza po C_s) su:

$$\beta^{s-t} E_t\{U'(C_s)\} - l(\frac{1}{1+r})^{s-t} = 0$$

odnosno:

$$\beta^{s-t} E_t\{U'(C_s)\} = l(\frac{1}{1+r})^{s-t} \tag{1.8}$$

U narednom periodu uslov prvog reda je:

$$\beta^{s-t+1} E_t\{U'(C_{s+1})\} = l(\frac{1}{1+r})^{s-t+1} \tag{1.9}$$

Do Ojlerove jednačine se dolazi izjednačavanjem Lagranžovih multiplikatora obe relacije. Kako je iz izraza (1.8):

$$\frac{\beta^{s-t} E_t\{U'(C_s)\}}{(\frac{1}{1+r})^{s-t}} = l \tag{1.10}$$

i (1.9):

[9] Alternativno problem je moguće rešiti kao maksimizaciju bez ograničenja. Najpre je potrebno zameniti izraz za potrošnju u funkciji korisnosti, a zatim izvesti Ojlerovu jednačinu iz uslova prvog reda:

$$\max_{C_s} U_t = E_t\{\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U((1+r)B_s - B_{s+1} + Y_s - G_s - I_s)\}$$

Uslov prvog reda u odnosu na promenu B_{s+1} je:

$$E_t\{-\beta^{s-t} U'(C_s) + \beta^{s-t+1}(1+r)U'(C_{s+1})\} = 0$$

odnosno:

$$E_t\{U'(C_s)\} = \beta(1+r)U'(C_{s+1})\}$$

$$\frac{\beta^{s-t+1}E_t\{U'(C_{s+1})\}}{(\frac{1}{1+r})^{s-t+1}} = l \tag{1.11}$$

tada je:

$$\frac{\beta^{s-t}E_t\{U'(C_s)\}}{(\frac{1}{1+r})^{s-t}} = \frac{\beta^{s-t+1}E_t\{U'(C_{s+1})\}}{(\frac{1}{1+r})^{s-t+1}} \tag{1.12}$$

Pa nakon skraćivanja Ojlerova jednačina postaje:

$$E_t\{U'(C_s)\} = \beta(1+r)E_t\{U'(C_{s+1})\} \tag{1.13}$$

Ojlerov uslov za datum $s = t$ glasi:

$$U'(C_t) = \beta(1+r)E_t\{U'(C_{t+1})\}$$

Potrebni i dovoljni uslovi za postojanje rešenja problema maksimizacije su identitet tekućeg računa, uslov transverzalnosti i Ojlerova jednačina.

Izvođenje jednačine potrošnje

Kako bi se izvela jednačina potrošnje standardni model pretpostavlja da je funkcija korisnosti kvadratna:

$$U(C_t) = C_t - \frac{a_0}{2}C_t^2; a_0 > 0 \tag{1.14}$$

Pošto je funkcija korisnosti kvadratna, marginalna korisnost je linearna po C_t ($U'(C_t) = 1 - a_0C_t$), što isključuje momente veće od prvog za funkciju marginalne korisnosti, te nije potrebna linearizacija oko ravnotežnog stanja (što je slučaj sa funkcijom korisnosti koja ima konstantnu relativnu averziu ka riziku, detaljnije u nastavku).

Takođe, ako se pretpostavi da je subjektivni diskontni faktor β jednak tržišnom diskontnom faktoru $\frac{1}{1+r}$, Ojlerov uslov se može zapisati kao[10]:

$$E_t\{U'(C_s)\} = E_t\{U'(C_{s+1})\} \tag{1.15}$$

tj.

$$U'(C_t) = E_t\{U'(C_{t+1})\}$$

Ovaj uslov tvrdi da potrošač želi konsantan tok potrošnje.

Zamenom marginalne korisnosti potrošnje u Ojlerovu jednačinu:

---

[10] Iz Ojlerove jednačine je evidentno da ukoliko je $\beta > \frac{1}{1+r}$ potrošnja raste neograničeno, dok ukoliko je $\beta < \frac{1}{1+r}$ potrošnja opada. Dakle razlika između β i $\frac{1}{1+r}$ pomera putanju potrošnje. Samo kada je $\beta = \frac{1}{1+r}$ ravnotežni put potrošnje je optimalan. Iz ove pretpostavke proizilaze značajna ograničenja osnovnog modela intertemporalog pristupa - moguće je da $\beta(1+r) \neq 1$. Takođe, ukoliko raspoloživi dohodak ima rastući trend (nema proizvodnje) i ukoliko je $\beta(1+r) = 1$ agent bi želeo da zadrži konstantni nivo potrošnje zadužujući se na račun budućeg rasta proizvodnje. Ali sa konstantnom potrošnjom i rastućom proizvodnjom njihov odnos teži 0.

$$1 - a_0 C_t = 1 - a_0 E_t(C_{t+1})$$

dobija se poznati Hall-ov uslov (Hall, 1978) po kome je potrošnja martingal (sledi slučajni hod):

$$C_t = E_t(C_{t+1})$$

to implicira:

$$C_t = E_t(C_{t+1}) = E_t(C_{t+2}) = ... \tag{1.16}$$

Dakle, potrošač želi da obezbedi konstantan nivo potrošnje tokom vremena. Međutim, on nije siguran koji će nivo potrošnje moći da priušti u narednom periodu, s obzirom da u modelu postoje i neočekivani šokovi. Zbog toga je potrošnja određena kao bezrizični ekvivalent (engl. *certainty equivalence*). Ovaj princip podrazumeva da agenti odluke donose u uslovima neizvesnosti, ali pretpostavljaju da će buduće vrednosti stohastčkih varijabli biti jednake njihovim tekućim vrednostima. Dakle, agenti vrše optimalno raspoređivanje očekivane potrošnje. Ukoliko postoji savršeno globalno tržište kapitala u situaciji kada se očekuje privremeni pad dohotka, agent se zadužuje kako bi izbegao pad potrošnje. Ukoliko to ne bi bio slučaj agent ne bi trošio samo svoj tekući dohodak.

Zamenom izvedenog Halovog uslova (1.16) u intertemporalno budžetsko ograničenje (1.5), moguće je dobiti funkciju potrošnje. Kako je prema ovom uslovu očekivani nivo potrošnje konstantan $C_t = E_t(C_{t+1}) = E_t(C_{t+2}) = ...$, ukoliko uzmemo očekivanja izraza sa leve strane, budžetsko ograničenje (1.5) postaje:

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_t = (1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s) \tag{1.17}$$

Izraz sa leve strane predstavlje geometrijsku progresiju:

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_t = (1 + \frac{1}{1+r} + (\frac{1}{1+r})^2 + ...)C_t = \frac{1}{1-\frac{1}{1+r}}C_t = \frac{1+r}{r}C_t$$

pa se ponovnom zamenom u intertemporalno ograničenje potrošnja može zapisati kao konstantni tok očekivanog bogatstva:[11]

[11] Ekvivalentno izraz za potrošnju se može izvesti i iz hipoteze o permanentnom dohotku.
Izraz sa desne strane intertemporalnog budžetskog ograničenja predstavlja nacionalno bogatstvo (N):

$$N_t = \sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - I_s - G_s) + (1+r)B_t$$

Polazeći od nacionalnog bogatstva, pomoću hipoteze o permanentnom dohotku D_t^p (u ovom slučaju umanjenog za investicije i državne izdatke), moguće je izvesti konstantni tok neto proizvodnje koji ima jednaku vrednost kao i bogatstvo N_t.

$$D_t^p = \frac{r}{1+r}\{\sum_{s=t}^{\propto}(1+r)^{s-t}E_t(Y_s - I_s - G_s) + (1+r)B_t\}$$

U skladu sa hipotezom o permanentnom dohotku, potrošnja C_t je linearna funkcija permanentnog nacionalnog dohotka D_t^p.

$$C_t = \frac{r}{1+r}[(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s)] \tag{1.18}$$

Izvođenje jednačine tekućeg računa

Na početku ovog dela, definišimo permanentni nivo proizvoljne varijable X_t kao $\tilde{X}$ (ovo svojstvo će biti korišćeno za izvođenje permanentnog dohotka $\widetilde{NO}$):

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}X_s = \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\tilde{X} = \frac{1}{1-\frac{1}{1+r}}\tilde{X}$$

$$\tilde{X} = \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}X_s \tag{1.19}$$

Kombinujući identitet tekućeg računa i jednačinu potrošnje (1.18) moguće je izvesti finalnu jednačinu tekućeg računa. Pošto se tekući račun izvodi kao razlika raspoloživog dohotka D_r^p koji je jednak zbiru kamatnih prihoda od neto strane aktive i BDP-a umanjeog za potrošnju i investicije, i potrošnje, ove dve nestacionarne serije bi trebalo da su kointegrisane kako bi dobijena serija tekućeg računa bila stacionarna. Ovo je jedna od implikacija modela koju je moguće testirati. Ukoliko je taj uslov ispunjen tekući račun se može zapisati kao:

$$\begin{aligned}
CA_t &= B_{t+1} - B_t = rB_t + Y_t - I_t - G_t - C_t & (1.20)\\
&= rB_t + Y_t - I_t - G_t - \frac{r}{1+r}[(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s)]\\
&= rB_t + Y_t - I_t - G_t - rB_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s)\\
&= [Y_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s)] - [G_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(G_s)] -\\
&\quad -[I_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(I_s)]\\
&= [Y_t - \tilde{Y}] - [G_t - \tilde{G}] - [I_t - \tilde{I}]\\
&= NO_t - \widetilde{NO} & (1.21)
\end{aligned}$$

$$C_t = \kappa D_t^p + u_t$$

gde κ predstavlja marginalnu sklonost potrošnji permanentnog dohotka, a u_t predstavlja tranzitornu potrošnju za koju se pretpostavlja da je stacionarna i da važi $E_t(u_{t+1}) = 0$.

Zamenom D_t^p u gornjoj jednačini moguće je izvesti finalni izraz za agregatnu potrošnju:

$$C_t = \kappa\frac{r}{1+r}\{\sum_{s=t}^{\propto}(1+r)^{s-t}E_t(Y_s - I_s - G_s) + (1+r)B_t\} + u_t$$

Ukoliko se pretpostavi se da je marginalna sklonost potrošnji permanentnog dohotka $\kappa = 1$ i da je tranzitorna potrošnja $u_t = 0$, izraz se svodi na jednačinu potrošnje datu u tekstu. Rane empirijske studije tekućeg računa su potvrdile ove pretpostavke (videti npr. Otto 1992).

Da bi se pojednostavio zapis prilikom izvođenja finalne jednačine tekućeg računa, neto proizvodnja, NO_t, je definisana kao razlika egzogenih varijabli u modelu - proizvodnje, državne potrošnje i investicija $NO_t = Y_t - G_t - I_t$. Predposlednji red gornje relacije pokazuje tekući račun u vidu odstupanja od permanentnih nivoa BDP-a, državne potrošnje i investicija. Poslednji red izraza predstavlja razliku tekućeg nivoa neto proizvodnje i diskontovane sume buduće neto proizvodnje tj. dugoročni prosečni nivo proizvodnje koji je raspoloživ za potrošnju. Dakle, tekući račun se može interpretirati kao razlika između tekućeg i dugoročnog nivoa resursa raspoloživih za potrošnju. Ukoliko je tekuća neto proizvodnja ispod dugoročnog nivoa agent se zadužuje na globalnom tržištu kapitala kako bi finansirao konstantni nivo potrošnje, koji je veći od tekuće neto proizvodnje. To implicira deficit tekućeg računa, koji vodi rastu spoljnog duga i kamatnih plaćanja u narednim periodima. Međutim, ukoliko je pad tekuće neto proizvodnje trajan, a ne privremen to neće imati efekat na tekući račun, s obzirom da se i dugoročni nivo raspoloživih resursa samanjuje za isti iznos. Kako bi se izvela relacija koju je moguće oceniti i testirati empirijski, tekući račun je potrebno zapisati kao:

$$
\begin{aligned}
CA_t &= NO_t - \tilde{N}O = NO_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s) \qquad (1.22)\\
&= NO_t - \frac{r}{1+r}[E_t(NO_t) + \frac{1}{1+r}E_t(NO_{t+1}) + (\frac{1}{1+r})^2E_t(NO_{t+2}) + ...]\\
&= NO_t - \frac{r}{1+r}[E_t(NO_t) + \frac{1}{1+r}L^{-1}E_t(NO_t) + (\frac{1}{1+r}L^{-1})^2E_t(NO_t) + ...\\
&= NO_t - \frac{r}{1+r}[\frac{1}{1-\dfrac{1}{1+r}L^{-1}}E_tNO_t] =\\
&= NO_t - \frac{r}{1+r}[\frac{1}{\dfrac{1+r-L^{-1}}{1+r}}E_tNO_t] =\\
&= NO_t - \frac{r}{1+r}[\frac{1+r}{1+r-L^{-1}}E_tNO_t] =\\
&= -(\frac{r}{1+r}\frac{1+r}{1+r-L^{-1}})E_t(NO_t - \frac{1+r}{r}\frac{1+r-L^{-1}}{1+r}NO_t)\\
&= -(\frac{r}{1+r-L^{-1}})(NO_t - \frac{NO_t}{r} - NO_t + E_t\frac{NO_{t+1}}{r})\\
&= -(\frac{r}{1+r-L^{-1}})(E_t\frac{NO_{t+1}}{r} - \frac{NO_t}{r})\\
&= -\frac{1+r}{1+r}\frac{1}{1+r-L^{-1}}(E_tNO_{t+1} - NO_t)\\
&= -\frac{1+r}{1+r-L^{-1}}\frac{1}{1+r}(E_t\Delta NO_{t+1})\\
&= -\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s)
\end{aligned}
$$

gde je korišćeno svojstvo da je $L^{-1}E_t(NO_t) = E_t(NO_{t+1})$. Izvedena relacija implicira da kada je očekivani budući dohodak iznad permanentnog nivoa zemlja ima deficit tekućeg računa bilansa plaćanja. Ukoliko se očekuje povećanje budućeg dohotka zemlja može da ostvaruje deficit tekućeg računa bilansa plaćanja, s obzirom da će uvećani budući prihodi omogućiti otplatu akumuliranih dugova. Obrnuto, ukoliko se očekuje pad budućeg neto dohotka zemlja će ostvarivati suficit tekućeg računa. Permanentni šokovi nemaju efekta na tekući račun, jer se potrošnja odmah prilagođava novom ravnotežnom stanju (detaljnije o uticaju permanentnih i tranzitornih šokova na tekući račun videti Dodatak 7.1.1).[12]

1.1.2 *Model sa nerazdvojivom funkcijom korisnosti (engl. non-separable utility function)*

Empirijski dokazi iz finansijske i mikroekonomske literature ukazuju na formiranje navika u potrošnji (videti npr. Constantinides, 1990, Campbell i Cochrane, 1999 i reference u njiima). Da bi unapredio ocenu modela, Gruber (2004) dozvoljava formiranje navika u potrošnji, koje usporava prilagođavanje tekućeg računa na šok u dohotku. Ukoliko se u standardnom modelu pretpostavi da je subjektivni diskontni faktor jednak tržišnom potrošnja je jednaka permanentnom dohotku. U tom slučaju tekući račun je određen odstupanjem tekućeg dohotka od svog permanentnog nivoa. Međutim, ukoliko postoje navike, potrošnja se nakon šoka sporije prilagođava novom nivou permanentnog dohotka, pa na kretanje tekućeg računa utiču i permanentni i tekući dohodak. Upravo to kreira dodatne oscilacije tekućeg računa u modelu sa navikama.

Postojanje navika znači da na korisnost potrošača utiče ne samo nivo tekuće potrošnje, već i njena promena, pa je standardna funkcija korisnosti izmenjena tako da se potrošač suočava sa sledećim problemom maksimizacije korisnosti:

$$U_t = E_t[\sum_{s=t}^{\propto} \beta^{s-t} u(C_s - \delta C_{s-1})] \tag{1.23}$$

uz uslov:

$$CA_t = B_{t+1} - B_t = rB_t + Y_t - I_t - G_t - C_t \tag{1.24}$$

gde parametar δ predstavlja stepen navika u potrošnji. Reprezentativni agent maksimizira korisnost uz ograničenje akumulacije duga i iste pretpostavke kao i kod standardnog modela.[13] Takođe, funkcija korisnosti je rastuća i konkavna po svom argumentu $C_t^* = C_t - \delta C_{t-1}$. Prethodni nivoi potrošnje u funkciji korisnosti omogućavaju navike u potrošnji. To postaje jasnije ukoliko se argument funkcije korisnosti zapiše kao:

$$C_t - \delta C_{t-1} = C_t - \delta C_t + \delta C_t - \delta C_{t-1} = (1-\delta)C_t + \delta(\Delta C_t)$$

Vrednosti δ bliže 1 sugerišu da potrošači veći značaj daju promenama u potrošnji nego nivou potrošnje. Ukoliko je $\delta = 0$, problem se vodi na model iz prethodnog odeljka u

[12] Kako neto proizvodnja obuhvata zbir proizvodnje, investicija i državne potrošnje šokovi koji utiču na budući dohodak mogu poteći od bilo koje od pomenutih komponenti. Pozitivni šokovi u produktivnosti vode povećanju razlike između marginalne produktivnosti kapitala i kamatne stope, što stimuliše investicije. Dohodak ostvaren putem ovih investicija može kasnije biti korišćen za otplatu dugova.Ukoliko su porezi privremeno visoki agenti mogu da se zaduže u inostranstvu i finansiraju povećanje potrošnje. Dakle, krajnji efekat šoka u neto proizvodnje može poteći kako od proizvodnje, tako i od državnih izdataka i investicija ili može predstavljati kombinaciju sva tri šoka.

[13] Postoji samo jedna bezrizična hartija kojom se trguje, kamatna stopa je egzogena i važi uslov transverzalnosti koji eliminše mogućnost kumuliranja dugova ili bogatstva.

kome potrošača interesuje isključivo nivo, a ne promena potrošnje. Za vrednosti navika između 0 i 1, potošač maksimizira ponderisani prosek nivoa i promene potrošnje.[14]

Izvođenje Ojlerove jednačine sledi iste korake kao i u osnovnom modelu. Najpre, zapišimo problem maksimizacije korisnosti sa koji se suočava reprezentativni agent:

$$\max_{C_s} U_t = E_t\{\sum_{s=t}^{\propto} \beta^{s-t} U(C_s - \delta C_{s-1})\} \tag{1.25}$$

uz uslov koji predstavlja intertemporalo budžetsko ograničenje (videti u nastavku):

$$-\delta C_{t-1} + (1 - \delta\frac{1}{1+r})\{RB_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t(Y_s - G_s - I_s - C_s^*)\} = 0 \tag{1.26}$$

Lagranžijan ovog problema je:

$$\begin{aligned} L &= E_t\{\sum_{s=t}^{\propto} \beta^{s-t} U(C_s - \delta C_{s-1})\} + l\{-\delta C_{t-1} + (1 - \delta\frac{1}{1+r})[RB_t + \\ &+ \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t(Y_s - G_s - I_s - (C_s - \delta C_{s-1}))]\} \end{aligned} \tag{1.27}$$

Uslov prvog reda u periodu t (izvod gornjeg izraza po C_t) je:

$$U'(C_t^*) - \beta\delta E_t\{U'(C_{t+1}^*)\} + l(\delta\frac{1}{1+r} - \delta^2(\frac{1}{1+r})^2) = 0 \tag{1.28}$$

a u periodu $t+1$:

$$\beta E_t U'(C_{t+1}^*) - \beta^2\delta E_t\{U'(C_{t+2}^*)\} + l(\delta(\frac{1}{1+r})^2 - \delta^2(\frac{1}{1+r})^3) = 0 \tag{1.29}$$

Lagranžovi multiplikatori iz jednačine (1.28) i (1.29) se mogu zapisati kao:

$$l = -\frac{U'(C_t^*) - \beta\delta E_t\{U'(C_{t+1}^*)\}}{(\delta\frac{1}{1+r} - \delta^2(\frac{1}{1+r})^2)}$$

$$l = -\frac{\beta E_t U'(C_{t+1}^*) - \beta^2\delta E_t\{U'(C_{t+2}^*)\}}{\frac{1}{1+r}(\delta\frac{1}{1+r} - \delta^2(\frac{1}{1+r})^2)}$$

Izjednačavanjem ova dva izraza dobija se Ojlerova jednačina koja zavisi od C^* iz tri perioda.

$$U'(C_t^*) - \beta\delta E_t\{U'(C_{t+1}^*)\} = (1+r)(\beta E_t\{U'(C_{t+1}^*)\} - \beta^2\delta E_t\{U'(C_{t+2}^*)\}) \tag{1.30}$$

[14] Ukoliko je $\delta < 0$ korisnost bi zavisila pozitivno od prethodnog nivoa potrošnje što je karakteristika potrošnje trajnih dobara.

Gruber (2004) pretpostavlja da je ovaj izraz moguće svesti na Ojlerovu jednačinu oblika:

$$E_t\{U'(C_t^*)\} = (1+r)\beta E_t\{U'(C_{t+1}^*)\} \tag{1.31}$$

U tome se nadovezuje na dokaz koji daje Dynan (2000). Jednačinu (1.30) je moguće zapisati kao:

$$E_t[((1+r)\beta U'(C_{t+1}^*) - U'(C_t^*)) - \beta\delta((1+r)\beta U'(C_{t+2}^*) - U'(C_{t+1}^*))] = 0 \tag{1.32}$$

Neka je ${}_tq_t$:

$${}_tq_{t+k} = E_t((1+r)\beta U'(C_{t+k+1}^*) - U'(C_{t+k}^*)) \tag{1.33}$$

Tada je (1.32) moguće zapisati kao:

$${}_tq_t - \beta\delta_t q_{t+1} = 0 \tag{1.34}$$

Uslov (1.34) mora da važi za svaka dva perioda, pa ga je u opštem slučaju moguće zapisati kao:

$${}_sq_s - \beta\delta_s q_{s+1} = 0, \ s = t, t+1, ... \tag{1.35}$$

Ukoliko se uzmu očekivanja ovog izraza u periodu t on glasi:

$${}_tq_s - \beta\delta_t q_{s+1} = 0, \ s = t, t+1, ... \tag{1.36}$$

Na kraju, ukoliko uvedemo smenu $x_\tau =_t q_{t+\tau}$, jednačina (1.36) postaje:

$${}_tx_{s-t} - \beta\delta_t x_{s-t+1} = 0, \ s = t, t+1, ... \tag{1.37}$$

Ovaj izraz predstavlja diferencijalnu jednačinu prvog reda po x, koja ima opšte rešenje oblika:

$$x_t = (\frac{1}{\beta\delta})^t x_0 \tag{1.38}$$

Uz uslove[15] $0 < \beta \leq 1$ i $-1 < \delta < 1$ jednačina divergira. Ovo zbog toga što je $|\beta\delta| < 1$, pa kada $t \to \infty$, tada i izraz $(\frac{1}{\beta\delta})^t \to \infty$. Kako je $x_t > 0$, jer $(\frac{1}{\beta\delta})^t \to \infty$, to implicira Ojlerovu jednačinu koja je ekvivalentna samo jednom rešenju jednačine (1.37). Njen oblik je definisan ranije u relaciji (1.31):

$$(1+r)\beta\frac{E_t\{U'(C_{t+1}^*)\}}{U'(C_t^*)} = 1 \tag{1.39}$$

[15] Uslov $0 < \beta \leq 1$ je standardan u literaturi (videti Dynan, 2000). Situacija u kojoj je $\delta \leq -1$ nije previše realna, jer bi implicirala da trajna dobra daju manju korisnost u periodu u kome su kupljena nego u narednom periodu. Takođe, slučaj u kome je $\delta \geq -1$ nije moguć, s obzirom da implicira da potrošači imaju tako jake navike da je korisnost od potrošnje iz prethodnog perioda (C_{t-1}) danas (u periodu t) veća od korisnosti tekuće potrošnje (C_t).

Ukoliko se ponovo pretpostavi kvadratna funkcija korisnosti i jednakost tržišnog i subjektivnog diskontnog faktora model je moguće rešiti analitički.

Kvadratna funkcija korisnosti ima sledeći oblik:

$$U(C_t^*) = C_t^* - \frac{a_0}{2} C_t^{*2}$$

a marginalna funkcija korisnosti je linearna:

$$U'(C_t^*) = 1 - a_0 C_t^*$$

Ukoliko je važi jednakost subjektivnog i tržišnog diskontnog faktora Ojlerov uslov postaje:

$$E_t\{U'(C_s^*)\} = E_t\{U'(C_{s+1}^*)\}$$

U trenutku t dobijamo od ranije poznati Halov uslov:

$$C_t^* = E_t(C_{t+1}^*)$$

Dakle, ponderisani prosek nivoa i promene potrošnje je martingal (slučajni hod), a potrošači žele da on bude konstantan. Pošto je $C_t^* = E_t(C_{t+1}^*) = E_t(C_{t+2}^*)...$, odnosno $(1-\delta)C_t + \delta(\Delta C_t) = E_t((1-\delta)C_{t+1} + \delta(\Delta C_{t+1})) = E_t((1-\delta)C_{t+2} + \delta(\Delta C_{t+2}))...$, stepen navika određuje u kojoj meri potrošači pridaju značaj konstantnim promenama potrošnje.

Kako bi se izvela tekuća potrošnja izrazimo C_t^* kao zbir tekuće i potrošnje iz prethodnog perioda, a zatim i zamenimo izvedeni izraz u budžetskom ograničenju:

$$\begin{aligned}
\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t(C_s^*)] &= E_t\{\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t} C_s - \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\delta C_{s-1}\} \qquad (1.40)\\
&= E_t\{C_t + (\frac{1}{1+r})C_{t+1} + ... - \delta(C_{t-1} + \frac{1}{1+r}C_t + \\
&\quad +(\frac{1}{1+r})^2 C_{t+1} + ...)\}\\
&= E_t\{C_t + (\frac{1}{1+r})C_{t+1} + ... - \delta C_{t-1} - \delta\frac{1}{1+r}(C_t + \\
&\quad +(\frac{1}{1+r})C_{t+1} + ...)\}\\
&= -\delta C_{t-1} + E_t\sum_{s=t}^{\infty}\{(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s\} - \delta\frac{1}{1+r}\\
&\quad E_t\{\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s\}\\
&= -\delta C_{t-1} + (1-\delta\frac{1}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s
\end{aligned}$$

Ukoliko se intertemporalno budžetsko ograničenje (1.5):

$$\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(C_s)] = (1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s)$$

zameni u gornji izraz (1.40) on se može zapisati kao:

$$\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(C_s^*)] = -\delta C_{t-1}+(1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s-G_s-I_s)\} \tag{1.41}$$

Ukoliko upotrebimo Halov uslov da eliminišemo očekivanja leva strana gornjeg izraza (1.41) se može zapisati kao:

$$\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(C_s^*)] = \sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_t^*] \tag{1.42}$$

Ukoliko koristimo smenu $C_s^* = C_s - \delta C_{s-1}$ izraz (1.42) postaje:

$$\begin{aligned}
\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_t^*] &= \sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}(C_t - \delta C_{t-1})] \\
&= (1+\frac{1}{1+r}+...)(C_t - \delta C_{t-1}) \\
&= \frac{1}{1-\frac{1}{1+r}}(C_t - \delta C_{t-1}) \\
&= \frac{1+r}{r}(C_t - \delta C_{t-1})
\end{aligned} \tag{1.43}$$

Zamenom (1.43) u izraz za C^* (1.41) moguće je izvesti jednačinu potrošnje:

$$\frac{1+r}{r}(C_t - \delta C_{t-1}) = -\delta C_{t-1} + (1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s - G_s - I_s)\} \tag{1.44}$$

Ukoliko potrošnja iz prethodnog perioda pređe na desnu stranu izraz se dalje može prikazati kao:

$$\begin{aligned}
\frac{1+r}{r}C_t &= (\frac{\delta(1+r)}{r}-\delta)C_{t-1}+(1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t \\
&+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s-G_s-I_s)\} \\
&= (\frac{\delta+\delta r-\delta r}{r})C_{t-1}+(1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t \\
&+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s-G_s-I_s)\} \\
&= (\frac{\delta}{r})C_{t-1}+(1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s-G_s-I_s)\}
\end{aligned}$$

Pa je potrošnja:

$$C_t=\frac{r}{1+r}(\frac{\delta}{r})C_{t-1}+\frac{r}{1+r}(1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s-G_s-I_s)\}$$

odnosno,

$$C_t=\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}+\frac{r}{1+r}(1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(Y_s-G_s-I_s)\} \quad (1.45)$$

Dakle potrošnja zavisi od njenog prethodnog nivoa, otplate kamata na postojeći dug i očekivane neto proizvodnje. Ukoliko je $\delta = 0$ izraz se svodi na standardnu funkciju potrošnje. Kako δ raste, potrošači veći značaj pridaju promeni u potrošnji. Konkretno, to znači da će se potrošnja u slučaju visoko perzistentnih promena u neto BDP-u prilagođavati postepeno kako bi dostigla novi dugoročni ravnotežni nivo. Mala inicijalna promena potrošnje znači da se veliki deo ovog povećanja dohotka prenosi na štednju što direktno utiče na bilans tekućeg računa. Na taj način tekući račun postaje više volatilan u odnosu standardni model.

U poslednjem koraku, da bi se izvela jednačina tekućeg računa neophodno je u identitet za tekući račun zameniti jednačinu potrošnje:

$$\begin{aligned}
CA_t &= rB_t+NO_t-C_t= \\
&= rB_t+NO_t-\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}-\frac{r}{1+r}(1-\delta\frac{1}{1+r})\{(1+r)B_t \\
&+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s)\} \\
&= rB_t+NO_t-\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}-\frac{r}{1+r}(1+r)B_t+\frac{r}{1+r}\frac{\delta}{1+r}(1+r)B_t- \\
&-\frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s)+\frac{r}{1+r}\frac{\delta}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CA_t &= NO_t - \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \frac{r\delta}{1+r}B_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s) + \\ &+ \frac{r}{1+r}\frac{\delta}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s) \end{aligned}$$

Dodajmo i oduzmimo od gornjeg izraza $\frac{\delta}{1+r}NO_t$:

$$\begin{aligned} CA_t &= -\frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \frac{r\delta}{1+r}B_t + NO_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s) - \\ &- \frac{\delta}{1+r}NO_t + \frac{r}{1+r}\frac{\delta}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s) + \frac{\delta}{1+r}NO_t \end{aligned}$$

Kako je $\frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s)$ permanentni nivo NO_t, tekući račun se može zapisati kao:

$$\begin{aligned} CA_t &= -\frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \frac{r\delta}{1+r}B_t + NO_t - \widetilde{NO} - \frac{\delta}{1+r}(NO_t - \widetilde{NO})) + \frac{\delta}{1+r}NO_t \\ &= -\frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \frac{r\delta}{1+r}B_t + \frac{\delta}{1+r}NO_t + (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) \end{aligned}$$

Za poslednji izraz sa desne strane, $NO_t - \widetilde{NO}$, ranije je pokazano (videti izraz 1.22) da je jednak negativnoj diskontovanoj sumi očekivanih promena neto BDP-a u budućnosti:

$$NO_t - \widetilde{NO} = -\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s)$$

Ukoliko uvedemo i smenu $C_{t-1} = rB_{t-1} + NO_{t-1} - CA_{t-1}$ finalni izraz tekućeg računa postaje:

$$\begin{aligned} CA_t &= -\frac{\delta}{1+r}(rB_{t-1} + NO_{t-1} - CA_{t-1}) + \frac{r\delta}{1+r}B_t + \frac{\delta}{1+r}NO_t - \\ &-(1 - \frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \\ &= -\frac{\delta r}{1+r}B_{t-1} - \frac{\delta}{1+r}NO_{t-1} + \frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} + \frac{r\delta}{1+r}B_t + \frac{\delta}{1+r}NO_t - \\ &-(1 - \frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \\ &= \frac{\delta r}{1+r}(B_t - B_{t-1}) + \frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t + \frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} - \\ &-(1 - \frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \end{aligned} \tag{1.46}$$

Kako je prema intertemporalnom modelu vrednosti tekućeg računa jednaka promeni neto strane aktive (videti ograničenje (1.24)), $CA_t = B_{t+1} - B_t$, izraz (1.46) uz ovu smenu postaje:

$$\begin{aligned}
CA_t &= \frac{\delta r}{1+r} CA_{t-1} + \frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t + \frac{\delta}{1+r} CA_{t-1} - \\
&\quad -(1-\frac{\delta}{1+r}) \sum_{s=t+1}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t \Delta NO_s) \\
&= \frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t + (\frac{\delta r}{1+r} + \frac{\delta}{1+r}) CA_{t-1} - (1-\frac{\delta}{1+r}) \sum_{s=t+1}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t \Delta NO_s) \\
&= \frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t + (\frac{\delta(1+r)}{1+r}) CA_{t-1} - (1-\frac{\delta}{1+r}) \sum_{s=t+1}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t \Delta NO_s) \\
&= \delta CA_{t-1} + \frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t - (1-\frac{\delta}{1+r}) \sum_{s=t+1}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t \Delta NO_s)
\end{aligned} \tag{1.47}$$

Ukoliko je $\delta = 0$, kao u standardnom modelu (videti jednačinu (1.22)), agenti žele da ublaže promene potrošnje usled šokova u dohotku. Tada je tekući račun negativna funkcija budućih promena neto proizvodnje, pošto agenti vrše optimalno raspoređivanje potrošnje preko varijacija u budućem dohotku. Uz to, u modelu sa navikama u potrošnji tekući račun je funkcija njegove prethodne vrednosti i tekućih promena neto proizvodnje. Kao rezultat ovog drugog i permanentni šokovi utiču na tekući račun, a tranzitorni šokovi u tekućem dohotku imaju veći efekat nego u standardnom modelu (videti Dodatak 7.1.2). Međutim, u odnosu na standardni model promene u očekivanoj budućoj neto proizvodnji (poslednji izraz sa desne strane) imaju manji efekat na tekući račun.

1.1.3 *Model sa likvidnosnim ograničenjima (Bussiere et al, 2004)*

Model sa navikama pretpostavlja da su agenti racionalni i vrše intertemporalnu optimizaciju. Međutim, moguće je da jedan deo agenata nije u stanju da vrši optimalno raspoređivanje potrošnje, već da u potpunosti troši raspoloživi dohodak. Zbog toga Bussiere et al. (2004) u model sa navikama u potrošnji, izložen u prethodnom odeljku, uvode dva tipa agenata. Nerikardijanski agenti se suočavaju sa likvidnosnim ograničenjima, te nisu u stanju da izvrše optimalni raspored potrošnje u vremenu i celokupan raspoloživi dohodak troše u tekućem periodu. Drugi, rikardijanski agenti, vrše optimalno raspoređivanje potrošnje na način sličan onom koji je objašnjen u prethodnom odeljku. Dakle, u ovom modelu efekat šokova u proizvodnji na tekući račun je manji nego u modelu sa navikama, jer oni pogađaju samo rikardijanske agente koji vrše intertermporalnu optimizaciju. Međutim, to ne znači *a priori* da je i volatilnost tekućeg računa manja, s obzirom da promene u fiskalnim prihodima i rashodima direktno utiču na potrošnju nerikardijanskih agenata, a time i na tekući račun.[16]

[16] Hipoteza o deficitima blizancima (engl. *twin deficit hypohesis*) pretpostavlja postojanje pozitivne korelacije između fiskalnog i deficita tekućeg računa platnog bilansa. Standardni model pretpostavlja da važi Rikardijanska ekvivalencija

U modelu je agregatna potrošnja, C, ponderisani prosek potrošnje rikardijanskih agenata, C_t^R, i nerikardijanskih agenata, C_t^{NR}:

$$C = \lambda C_t^{NR} + (1-\lambda)C_t^R \tag{1.48}$$

gde λ predstavlja učešće nerikardijanskih tj. agenata preko kojih fiskalna politika utiče na bilans tekućeg računa (pretpostavka analize je da je λ konstantno).

Po pretpostavci, s obzirom da nerikardijanski agenti ne vrše optimalno raspoređivanje potrošnje, oni troše celokupan raspoloživi dohodak, tj. iznos dohotka umanjen za investicije i poreze:

$$C_t^{NR} = Y_t - I_t - T_t \tag{1.49}$$

gde T_t predstavlja poreske prihode države.

Kao i u slučaju reprezentativnog agenta u modelu sa navikama koji je formulisao Gruber (2004), rikardijanski tip agenata karakteriše formiranje eksternih navika u potrošnji. Prisustvo navika implicira da na korisnost agenata ne utiče samo nivo potrošnje, već stepen u kome tekuća potrošnje prevazilazi agregatnu potrošnju iz prethodnog perioda. Rad Bussiere et al. (2004) pretpostavlja da korisnost rikardijanskih agenata zavisi od iznosa za koji njihova potrošnja prevazilazi agregatnu potrošnju (koja uključuje i potrošnju nerikardijanskih agenata) u prethodnom periodu. Model izložen u ovom poglavlju polazi od realističnije pretpostavke da korisnost rikardijanskog agenta zavisi od iznosa za koji njihova tekuća potrošnja prevazlazi potrošnju ovog tipa agenata iz prethodnog perioda. Funkcija potrošnje rikardijanskih agenata se izvodi rešavanjem problema optimizacije u koji je uključena i fiskalna politika:

$$\max E_t[\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}U(C_s^R - \delta C_{s-1}^R)] \tag{1.50}$$

uz ograničenje:

$$B_{s+1}^R = (1+r)B_s^R + Y_s - T_s - I_s - C_s^R \tag{1.51}$$

gde B_t^R predstavlja neto stranu aktivu rikardijanskih agenata u trenutku t. Kao i u prethodnom odeljku parametar $\delta \in [0,1]$ predstavlja stepen navika u potrošnji. Ostale pretpostavke modela su kao i ranije: kamatna stopa je konstantna, bezrizična obveznica je jedina aktiva kojom se trguje na savršenom tržištu kapitala, a funkcija korisnosti je kvadratna i rastuća po svom argumentu.

Da bi se rešio problem optimizacije rikardijanskog agenta po potrošnji C^R, najpre se izvodi Ojlerova jednačina. Ova procedura je ekvivalentna postupku koji je izložen u slučaju modela sa navikama u izrazima od (1.25) do (1.38) osim što se umesto na agregatnu potrošnju, Ojlerova jednačina odnosi na potrošnju rikardijanskih agenata.[17] Stoga za svaki period $s \geq t$ važi:

prema kojoj agenti na povećanje državnih izdataka reaguju povećanjem štednje, pa fiskalna ekspanzija nema uticaja na tekući račun. Međutim, Rikardijanska ekvivalencija je u najvećoj meri odbačena u empirijskim studijama. Između ostalih, Chinn i Prasad (2003) u panelu od 89 zemalja nalaze pozitivnu vezu između fiskalnog bilansa i tekućeg računa platnog bilansa.

[17] U postupku izvođenja je potrebno zameniti C sa C^R.

$$U'(C_s^R - \delta C_{s-1}^R) = (1+r)\beta U'(C_{s+1}^R - \delta C_s^R) \tag{1.52}$$

Ukoliko se, kao i u prethodna dva odeljka pretpostavi kvadratna funkcija korisnost i jednakost tržišnog i subjektivnog diskontnog faktora, ponovo je moguće izvesti Halov uslov po kome je potrošnja slučajni hod (martingal).

Kvadratna funkcija korisnosti ima sledeći oblik:

$$U(C_s^*) = C_s^* - \frac{a_0}{2} C_s^{*2}$$

gde je $C_s^* = C_s^R - \delta C_{s-1}^R$, a marginalna funkcija korisnosti je linearna.

Ukoliko je važi jednakost diskontnih faktora Ojlerov uslov postaje:

$$E_t\{U'(C_s^*)\} = E_t\{U'(C_{s+1}^*)\}$$

U trenutku t:

$$C_t^* = E_t(C_{t+1}^*) \tag{1.53}$$

tj.

$$C_t^R - \delta C_{t-1}^R = E_t(C_{t+1}^R - \delta C_t^R) \tag{1.54}$$

Što daje od ranije poznat Halov uslov po kome rikardijanski potrošač želi da očuva konstantnu promenu potrošnje $C_t^R - \delta C_{t-1}^R = E_t(C_{t+1}^R - \delta C_t^R) = E_t(C_{t+2}^R - \delta C_{t+1}^R)$...

Kako bismo izveli funkciju potrošnje pretpostavimo da važi uslov transverzalnosti, pa se budžetsko ograničenje rikardijanskog agenta može zapisati kao:

$$E_t \sum_{s=t}^{\propto} (\frac{1}{1+r})^{s-t} C_s^R = (1+r)B_t^R + E_t \sum_{s=t}^{\propto} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (Y_s - T_s - I_s) \tag{1.55}$$

Gornja jednačina tvrdi da je beskonačni tok potrošnje rikardijanskog agenta jednak zbiru njegovog inicijalnog bogatstva i očekivanog budućeg dohotka. Da bi se izvela funkcija korisnosti ovo ograničenje se kombinuje sa Halovim uslovom. Najpre, potrošnja rikardijanskog agenta se može zapisati kao:

$$C_s^R = C_s^* + \delta C_{s-1}^R \tag{1.56}$$

a intertemporalno budžetsko ograničenje (1.55) rikardijanskog agenta postaje:

$$\begin{aligned} E_t \sum_{s=t}^{\propto} \frac{1}{(1+r)^{s-t}} \{C_s^* + \delta C_{s-1}^R]\} \quad &= \quad (1+r)B_t^R + \qquad (1.57) \\ &+ E_t \sum_{s=t}^{\propto} \frac{1}{(1+r)^{s-t}} (Y_s - T_s - I_s) \end{aligned}$$

Pregrupisanjem, C_s^* je moguće zapisati kao:

$$E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s^{*}=(1+r)B_t^R+E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s-T_s-I_s)-E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\delta C_{s-1}^R \quad (1.58)$$

Prema Halovom uslovu (1.53) poslednji izraz sa desne strane jednačine (1.58) može se zapisati kao:

$$\begin{aligned} E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\delta C_{s-1}^R &= \delta C_{t-1}^R+\frac{1}{1+r}\delta E_tC_t^R+(\frac{1}{1+r})^2\delta E_tC_{t+1}^R+... \quad (1.59)\\ &= \delta C_{t-1}^R+\frac{1}{1+r}\delta E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s^R \end{aligned}$$

Vraćanjem ovog izraza u polaznu jednačinu (1.58) ona postaje:

$$\begin{aligned} E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s^{*} &= (1+r)B_t^R+E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s-T_s-I_s)- \quad (1.60)\\ &\quad -\delta C_{t-1}^R-\frac{1}{1+r}\delta E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s^R \end{aligned}$$

Zamenom izraza za potrošnju iz intertemporalnog budžetskog ograničenja rikardijanskog agenta (1.55) u gornjoj jednačini, ona postaje:

$$\begin{aligned} E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}C_s^{*} &= (1+r)B_t^R+E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s-T_s-I_s)-\delta C_{t-1}^R\\ &\quad -\frac{\delta}{1+r}[(1+r)B_t^R+E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s-T_s-I_s)]\\ &= (1+r-\delta)B_t^R-\delta C_{t-1}^R+(1-\frac{\delta}{1+r})\\ &\quad E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s-T_s-I_s)\\ &= (1+r-\delta)B_t^R-\delta C_{t-1}^R+(\frac{1+r-\delta}{1+r})\\ &\quad E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s-T_s-I_s) \end{aligned}$$

Kako je $C_s^{*}=C_s^R-\delta C_{s-1}^R$ gornji izraz se može zapisati kao:

$$\begin{aligned} E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(C_s^R-\delta C_{s-1}^R) &= (1+r-\delta)B_t^R-\delta C_{t-1}^R+ \quad (1.61)\\ &\quad +(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s-T_s-I_s) \end{aligned}$$

Izraz sa leve strane (1.61) primenom Halovog uslova postaje:

$$\begin{aligned} E_t \sum_{s=t}^{\propto} (\frac{1}{1+r})^{s-t}(C_s^R - \delta C_{s-1}^R) &= (C_t^R - \delta C_{t-1}^R)(1 + \frac{1}{1+r} + (\frac{1}{1+r})^2 + ...) = \\ &= (C_t^R - \delta C_{t-1}^R)\frac{1}{1-\frac{1}{1+r}} = (C_s^R - \delta C_{s-1}^R)\frac{1+r}{r} \end{aligned}$$

Pa se potrošnja rikardijanskih agenata (1.61) može predstaviti kao:

$$\begin{aligned} (C_t^R - \delta C_{t-1}^R)\frac{1+r}{r} &= (1+r-\delta)B_t^R - \delta C_{t-1}^R + \\ &+(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s) \\ \frac{1+r}{r}C_t^R &= (\frac{1+r}{r} - 1)\delta C_{t-1}^R + (1+r-\delta)B_t^R + \\ &+(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s) \\ \frac{1+r}{r}C_t^R &= \frac{\delta}{r}C_{t-1}^R + (1+r-\delta)B_t^R + \\ &+(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_t^R &= \frac{r}{1+r}\frac{\delta}{r}C_{t-1}^R + \frac{r}{1+r}(1+r-\delta)B_t^R + \\ &+\frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s) \end{aligned}$$

odnosno:

$$\begin{aligned} C_t^R &= \frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + (1-\frac{\delta}{1+r})rB_t^R + \\ &+\frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s) \end{aligned} \quad (1.62)$$

Potrošnja rikardijanskih agenata zavisi od potrošnje iz prethodnog perioda, troškova otplate kamata na dug privatnog sektora i tekućeg i očekvanog kretanja neto dohotka (dohotka umanjenog za poreze i investicije).

Kako bi se izvela funkcija ukupne potrošnje gornji izraz se kombinuje sa potrošnjom nerikardijanskih agenata, $C_t^{NR} = Y_t - I_t - T_t$:

$$\begin{aligned} C_t &= \lambda C_t^{NR} + (1-\lambda)C_t^R = \qquad (1.63)\\ &= \lambda(Y_t - I_t - T_t) + (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + (1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})rB_t^R + \\ &\quad +(1-\lambda)\frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s) \end{aligned}$$

Prvi izraz sa desne strane gornje jednačine predstavlja potrošnju nerikardijanskih agenata, a naredna tri izraza pokazuju potrošnju iz prethodnog perioda rikardijanskih agenata, troškove kamata i nivo tekućeg i očekivanog neto dohotka.

Kako bi se izvela jednačina tekućeg računa u problem optimizacije se uvodi i ograničenje sa kojim se suočava država:

$$B_{t+1}^G = (1+r)B_t^G + T_t - G_t \qquad (1.64)$$

gde B_t^G predstavlja nivo državne neto strane aktive, G_t državne izdatke, a $T_t - G_t$ fiskalni bilans.[18] Gornji izraz tvrdi da je dug u narednom periodu zbir fiskalnog deficita i kamate na postojeći dug. Ukoliko se postavi novi uslov transverzalnosti, koji isključuje mogućnost države da beskonačno da kumulira dug, $\lim_{s\to\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}B_s^G = 0$, intertemporalno ograničenje države postaje:

$$\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(G_s) = (1+r)B_t^G + \sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(T_s) \qquad (1.65)$$

Ono tvrdi da će država u dugom roku morati da otplati svoje dugove. Izraz sa leve strane koji predstavlja buduće rashode jednak zbiru trenutnog neto duga države i očekivanih prihoda. Kako se jedino rikardijanski agenti zadužuju i štede, ukupna neto strana aktiva je jednaka zbiru njihovog duga i duga države:

$$B_t = (1-\lambda)B_t^R + B_t^G \qquad (1.66)$$

U poslednjem koraku jednačina tekućeg računa se izvodi zamenom potrošnje u identitet po kome je tekući račun jednak zbiru neto izvoza NX_t ($NX_t = Y_t - I_t - G_t - C_t$)[19] i faktorskih plaćanja rB_t. Uvođenjem izraza (1.63) u identitet za tekući račun, on postaje:

$$\begin{aligned} CA_t &= NO_t - C_t + rB_t = \qquad (1.67)\\ &= rB_t + Y_t - I_t - G_t - \lambda(Y_t - I_t - T_t) - (1-\lambda)[\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + \\ &\quad +(1-\frac{\delta}{1+r})rB_t^R + \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s)] \end{aligned}$$

[18] Tehnički posmatrano, uvođenje države omogućava prevođenje neto dohotka u neto proizvodnju, koja je u osnovi modela sadašnje vrednosti.

[19] $Y_t - I_t - G_t - C_t = NO_t - C_t$

Kako bi se u analizu uveli fiskalni bilans i neto proizvodnja dodajmo i oduzmimo λG_t od desne strane jednačine (1.67):

$$\begin{aligned} CA_t &= rB_t + Y_t - I_t - G_t - \lambda(Y_t - I_t - T_t) + \lambda G_t - \lambda G_t - (1-\lambda)[\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + \\ &+ (1-\frac{\delta}{1+r})rB_t^R + (1-\frac{\delta}{1+r})(\tilde{Y} - \tilde{T} - \tilde{I})] \\ &= rB_t - (1-\lambda)NO_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)[\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + (1-\frac{\delta}{1+r})rB_t^R + \\ &+ (1-\frac{\delta}{1+r})(\tilde{Y} - \tilde{T} - \tilde{I})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)[\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + (1-\frac{\delta}{1+r})rB_t^R - NO_t \\ &+ (1-\frac{\delta}{1+r})E_t(\tilde{Y}_t - \tilde{T}_t - \tilde{I}_t)] \end{aligned} \quad (1.68)$$

Koristimo budžetsko ograničenje države da u poslednjem izrazu sa desne strane relacije (1.68) prevedemo $\tilde{T}$ u $\tilde{G}$, tj. $\tilde{Y} - \tilde{T} - \tilde{I}$ u $\tilde{Y} - \tilde{G} - \tilde{I} = \tilde{N}O$:

$$\tilde{Y} - \tilde{T} - \tilde{I} = \frac{r}{1+r}E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - I_s)]$$

i smenu:

$$\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(G_s) = (1+r)B_t^G + \sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(T_s)$$

Tako da on postaje:

$$\begin{aligned} \tilde{Y} - \tilde{T} - \tilde{I} &= \frac{r}{1+r}E_t\sum_{s=t}^{\propto}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(Y_s - T_s - G_s + (1+r)B_t^G) \\ &= \tilde{Y} - \tilde{T} - \tilde{G} + rB_t^G \\ &= \tilde{N}O + rB_t^G \end{aligned}$$

Zamenimo sada ovaj izraz u jednačinu tekućeg računa (1.68):

$$
\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)[\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + (1 - \frac{\delta}{1+r})rB_t^R - NO_t + \\
&\quad + (1 - \frac{\delta}{1+r})(\tilde{Y} - \tilde{T} - \tilde{I})] \\
&= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)\{\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + (1 - \frac{\delta}{1+r})rB_t^R - NO_t + \\
&\quad + (1 - \frac{\delta}{1+r})(\widetilde{NO} + rB_t^G)\} \\
&= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)\{\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}rB_t^R + rB_t^G - \\
&\quad - \frac{\delta}{1+r}rB_t^G - (NO_t - \widetilde{NO}) - \frac{\delta}{1+r}\widetilde{NO}\}
\end{aligned}
$$

Koristimo $rB_t^R + rB_t^G = rB_t + \lambda rB_t^R$ i dodajmo i oduzmimo $\frac{\delta}{1+r}NO_t$:

$$
\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)\{\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R + rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}rB_t \\
&\quad - \frac{\lambda\delta}{1+r}rB_t^R - (NO_t - \widetilde{NO}) + \frac{\delta}{1+r}NO_t - \frac{\delta}{1+r}\widetilde{NO} - \frac{\delta}{1+r}NO_t\} \\
&= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)\{\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^R - \frac{\delta}{1+r}NO_t - (NO_t - \widetilde{NO}) + \\
&\quad + \frac{\delta}{1+r}(NO_t - \widetilde{NO}) + (1 - \frac{\delta}{1+r})rB_t + (1 - \frac{\delta}{1+r})\lambda rB_t^R\}
\end{aligned}
$$

Kako je $C_t = \lambda C_t^{NR} + (1-\lambda)C_t^R$ uvedimo smenu $C_t^R = \frac{C_t}{(1-\lambda)} - \frac{\lambda C_t^{NR}}{(1-\lambda)}$:

$$
\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - (1-\lambda)\{\frac{\delta}{1+r}(\frac{C_{t-1}}{(1-\lambda)} - \frac{\lambda C_{t-1}^{NR}}{(1-\lambda)}) - \frac{\delta}{1+r}NO_t - \\
&\quad - (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) + rB_t - \frac{\delta}{1+r}rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R\}
\end{aligned}
$$

tj.

$$
\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \lambda\frac{\delta}{1+r}C_{t-1}^{NR} - (1-\lambda)\{-\frac{\delta}{1+r}NO_t - \\
&\quad - (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) + rB_t - \frac{\delta}{1+r}rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R\}
\end{aligned}
$$

Ukoliko uvedemo formiranje navika u tekućem računu pomoću smene $CA_{t-1} = rB_{t-1} + NO_{t-1} - C_{t-1}$ tj. $C_{t-1} = rB_{t-1} + NO_{t-1} - CA_{t-1}$ i zamenimo potrošnju nerikardijanskih agenata sa raspoloživim dohotkom, tekući račun postaje:

$$\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) + \frac{\delta\lambda}{1+r}(Y_{t-1} - I_{t-1} - T_{t-1}) - \frac{\delta}{1+r}(rB_{t-1} + NO_{t-1} - \\
&\quad - CA_{t-1}) - (1-\lambda)\{-\frac{\delta}{1+r}NO_t - (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO})) + rB_t - \\
&\quad - \frac{\delta}{1+r}rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R\}
\end{aligned}$$

Dodajući i oduzimajući $\frac{\delta\lambda}{1+r}G_{t-1}$, uz nekoliko jednostavnih manipulacija izraz postaje:

$$\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) + \frac{\delta\lambda}{1+r}(Y_{t-1} - I_{t-1} - T_{t-1}) + \frac{\delta\lambda}{1+r}G_{t-1} - \frac{\delta\lambda}{1+r}G_{t-1} - \\
&\quad - \frac{\delta}{1+r}(rB_{t-1} + NO_{t-1} - CA_{t-1}) - (1-\lambda)\{-\frac{\delta}{1+r}NO_t - \\
&\quad - (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) + rB_t - \frac{\delta}{1+r}rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R\} \\
&= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1}) + \frac{\delta\lambda}{1+r}(Y_{t-1} - G_{t-1} - I_{t-1}) - \\
&\quad - \frac{\delta}{1+r}(rB_{t-1} + NO_{t-1} - CA_{t-1}) - (1-\lambda)\{-\frac{\delta}{1+r}NO_t - \\
&\quad - (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) + rB_t - \frac{\delta}{1+r}rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R\} \\
&= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1}) + \frac{\delta\lambda}{1+r}NO_{t-1} - \frac{\delta}{1+r}NO_{t-1} - \\
&\quad - r\frac{\delta}{1+r}B_{t-1} + \frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} - (1-\lambda)\{-\frac{\delta}{1+r}NO_t - \\
&\quad - (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) + rB_t - \frac{\delta}{1+r}rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R\} \\
&= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1}) - (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}NO_{t-1} - \\
&\quad - r\frac{\delta}{1+r}B_{t-1} + \frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} - (1-\lambda)\{-\frac{\delta}{1+r}NO_t - \\
&\quad - (1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) + rB_t - \frac{\delta}{1+r}rB_t + \lambda rB_t^R - \frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R\}
\end{aligned}$$

Oslobodimo se zagrade u poslednjem delu izraza:

$$\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + \lambda(T_t - G_t) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1}) - (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}NO_{t-1} + \\
&\quad + (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}NO_t - r\frac{\delta}{1+r}B_{t-1} + \frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} + \\
&\quad + (1-\lambda)(1 - \frac{\delta}{1+r})(NO_t - \widetilde{NO}) - (1-\lambda)rB_t + \\
&\quad + (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}rB_t - (1-\lambda)\lambda rB_t^R + (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R
\end{aligned}$$

Daljim sređivanjem uz smenu koja je poznata iz standardnog modela (1.22), $NO_t - \widetilde{NO} = -\sum\limits_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s)$, CA_t postaje:

$$\begin{aligned} CA_t &= rB_t-(1-\lambda)rB_t+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}rB_t-(1-\lambda)\lambda rB_t^R+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R- \\ &\quad -r\frac{\delta}{1+r}B_{t-1}+\lambda(T_t-G_t)-\frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1}-G_{t-1})+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t \\ &\quad +\frac{\delta}{1+r}CA_{t-1}-(1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \end{aligned}$$

Da skratimo izraze uz B_t koristimo, $B_t^G = B_t-(1-\lambda)B_t^R$:

$$\begin{aligned} CA_t &= rB_t-(1-\lambda)rB_t+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}rB_t-(1-\lambda)\lambda rB_t^R+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R \\ &\quad -r\frac{\delta}{1+r}B_{t-1}+\lambda(T_t-G_t)-\frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1}-G_{t-1})+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t \\ &\quad +\frac{\delta}{1+r}CA_{t-1}-(1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \\ &= \lambda rB_t-(1-\lambda)\lambda rB_t^R+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}rB_t+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R-r\frac{\delta}{1+r}B_{t-1} \\ &\quad +\lambda(T_t-G_t)-\frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1}-G_{t-1})+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t+\frac{\delta}{1+r}CA_{t-1}- \\ &\quad -(1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \\ &= \lambda rB_t^G+\frac{\delta}{1+r}rB_t-\lambda\frac{\delta}{1+r}rB_t+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\lambda rB_t^R-\frac{\delta}{1+r}rB_{t-1} \\ &\quad +\lambda(T_t-G_t)-\frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1}-G_{t-1})+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t+\frac{\delta}{1+r}CA_{t-1}- \\ &\quad -(1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \end{aligned}$$

Daljim sređivanjem izraza uz B_t, jednačina tekućeg računa postaje:

$$
\begin{aligned}
CA_t &= \frac{\delta}{1+r} rB_t - \frac{\delta}{1+r} rB_{t-1} - \lambda\frac{\delta}{1+r}(rB_t - (1-\lambda)rB_t^R) \\
&+ \lambda(T_t - G_t + rB_t^G) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1}) + (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t + \\
&+ \frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} - (1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \\
&= \frac{\delta}{1+r} rCA_{t-1} - \lambda\frac{\delta}{1+r} rB_t^G \\
&+ \lambda(T_t - G_t + rB_t^G) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1}) + (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t + \\
&+ \frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} - (1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \\
&= (1+r)\frac{\delta}{1+r}CA_{t-1} + \lambda(T_t - G_t + rB_t^G) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1} + rB_t^G) \\
&+ (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t - (1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
CA_t &= \delta CA_{t-1} + \lambda(T_t - G_t + rB_t^G) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1} + rB_t^G) + \\
&+ (1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t - (1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s)
\end{aligned}
\tag{1.69}
$$

Tekući račun je funkcija svoje prethodne vrednosti (pomnožene nivoom navika) i tekuće vrednosti fiskalnog bilansa ($T_t + rB_t^G - G_t$ predstavlja razliku državnih prihoda i rashoda za kamate i potrošnju), razlike prethodne vrednosti poreskih prihoda i rashoda uvećane za troškove kamata, tekuće i budućih promena neto BDP-a (poslednja dva izraza sa desne strane jednačine). Kao i u modelu koji je formulisao Gruber (2004) na tekući račun utiču tekuća promena neto prozvodnje i prethodna vrednost tekućeg računa. Efekat tekućih i očekivanih promena buduće neto proizvodnje je manji nego u ranije izloženim modelima, jer utiče samo na potrošnju rikardijanskih agenata (matematički, pomnožen je sa $1-\lambda$, $\lambda > 0$). Međutim, na povećanje oscilacija tekućeg računa u ovom modelu deluju efekti fiskalne politike, koji se ostvaruju preko potrošnje nerikardijanskih agenata (uz uslov da je $\lambda > 0$). Poboljšanje fiskalnog bilansa u tekućem periodu (preko rasta poreza ili smanjenja izdataka) vodi poboljšanju tekućeg računa, s obzirom da smanjuje tekuću potrošnju nerikardijanskih agenata. Ipak, taj efekat je manji nego u slučaju modela Bussiere et al. (2004), s obzirom da visok deficit iz prethodnog perioda ograničava povećanje potrošnje rikardijanskih agenata u tekućem periodu. Sa povećanjem udela nerikardijanskih agenata u populaciji, povećava se efekat fiskalne politike u tekućem periodu, dok se efekat navika (prvi i četvrti izraz sa desne strane) i očekivanog dohotka smanjuje. U slučaju kada je $\lambda = 0$ model se svodi na model sa navikama u potrošnji, a ukoliko je i $\delta = 0$, na standardni model.

1.2 Modeli sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku

1.2.1 *Model sa varijabilnim kamatnim stopama i deviznim kursevima (Bergin i Sheffrin, 2000)*

Ranije izloženi modeli pretpostavljaju da agenti žele da zadrže potrošnju ili njenu promenu na konstantnom nivou. Ovaj zaključak je izveden iz pretpostavke o konstantnoj kamatnoj stopi (koja je jednaka diskontnom faktoru) i realnom deviznom kursu[20]. Međutim, ukoliko je očekivana kamatna stopa dovoljno visoka ili se očekuje realna deprecijacija valute potrošači će biti spremni da se odreknu dela tekuće potrošnje kako bi povećali potrošnju u budućnosti, što vodi poboljšanju tekućeg računa. Dakle, promene kamatnih stopa i relativnih cena predstavljaju dodatni izvor volatilnosti tekućeg računa.

Zbog toga, model koji su formulisali Bergin i Shefrin (2000) uključuje u analizu spoljne šokove koji pogađaju zemlju preko oscilacija kamatnih stopa i deviznih kurseva. Model analizira malu otvorenu privredu koja proizvodi razmenljiva i nerazmenljiva dobra što omogućava uključivanje realnog deviznog kursa u analizu. Za razliku od prethodno izloženih modela koji su imali kvadratnu funkciju korisnosti, ona je u ovoj grupi modela stepena (engl. *power utility*) i ima konstantnu relativnu averziju ka riziku (engl. *constant relative risk aversion*). To konkretno znači da u ovom slučaju reprezentativni potrošač bira niz potrošnje koji maksimizira sledeću funkciju korisnosti:

$$\max E_t[\sum_{s=t}^{\propto} \beta^{s-t} U(C_{Ts}, C_{NTs})] \tag{1.70}$$

uz ograničenje:

$$Y_s - (C_{Ts} + P_s C_{NTs}) - I_s - G_s + r_s B_{s-1} = B_s - B_{s-1} \tag{1.71}$$

gde C_{Ts} predstavlja potrošnju razmenljivih dobara, C_{NTs} potrošnju nerazmenljivih dobara, a P_s je cena nerazmenljivih dobara izražena u jedinicama razmenljivih dobara (aproksimacija realnog deviznog kursa), r_s je varijabilna kamatna stopa, dok su ostale oznake iste kao i u prethodnim odeljcima (uz pretpostavku da su izražene u jedinicama razmenljivih dobara). Gornja relacija tvrdi da potrošač maksimizira korisnost potrošnje razmenljivih i ne razmenljivih dobara uz ograničenje da u svakom periodu promena neto strane aktive odgovara vrednosti tekućeg računa (zbir neto izvoza i kamatnih plaćanja).

Funkcija korisnosti reprezentativnog potrošača ima konstantnu relativnu averziju ka riziku (Kob-Daglasovog tipa):

$$U(C_{Ts}, C_{NTs}) = \frac{1}{1-\sigma}(C_{Ts}^{a} C_{NTs}^{1-a})^{1-\sigma}$$

gde $0 < a < 1$ predstavlja udeo razmenljivih dobara u finalnoj potrošnji, a $\sigma > 0$ i $\sigma \neq 1$ predstavlja inverznu vrednost intertemporalne elstičnosti supstitucije γ (averziju ka riziku). Korisnost potrošača pozitivno zavisi od potrošnje oba tipa dobara.

Prvi korak u izvođenju jednačine tekućeg računa je izvođenje uslova prvog reda gornjeg problema optimizacije, a potom Ojlerove jednačine i funkcije potrošnje. Prateći

[20] Konstanta realni devizni kurs u prethodno izloženom modelima posledica je pretpostavke da zemlje proizvodi samo jedno razmenljivo dobro.

rad Dornbusch-a (1983) moguće je izvesti optimalni profil potrošnje u uslovima postojanje razmenljivog i nerazmenljivog sektora. Ako definišimo indeks ukupne potrošnje kao $C_s^* = C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a}$, tada postoji neki indeks potrošnje P_s^* koji predstavlja minmalnu količinu izdataka za potrošnju $C_s = C_{Ts} + P_s C_{NTs}$, takvu da je $C_s^* = 1$, za dato P_s. Uvođenje indeksa potrošnje ima za cilj rešavanje problema u formi koja uključuje samo jedno kompozitno dobro.

Izrazimo na početku potrošnju razmenljivih i nerazmenljivih dobara u funkciji ukupne potrošnje. Da bismo to učnili neophodno je prvo diferencirati funkciju korisnosti po potrošnji razmenljvih i nerazmenljivih dobara ($U(C_{Ts}, P_s C_{NTs})$). Ukoliko iz ograničenja problema optimizacije $Y_s - (C_{Ts} + P_s C_{NTs}) - I_s - G_s + r_s B_{s-1} = B_s - B_{s-1}$ izrazimo potrošnju razmenljivih i nerazmenljivih dobara:

$$C_{Ts} = Y_s - P_s C_{NTs} - I_s - G_s + (1 + r_s) B_{s-1} - B_s$$

$$PC_{NTs} = Y_s - C_{Ts} - I_s - G_s + (1 + r_s) B_{s-1} - B_s$$

funkcija korisnosti postaje:

$$U(Y_s - P_s C_{NTs} - I_s - G_s + (1 + r_s) B_{s-1} - B_s)$$

odnosno:

$$U(Y_s - C_{Ts} - I_s - G_s + (1 + r_s) B_{s-1} - B_s)$$

pa je odnos dva izvoda po potrošnji razmenljivih i nerazmenljivih dobara - marginalna stopa supstitucije potrošnje razmenljivih i nerazmenljivih dobara:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_{Ts}}}{\frac{\partial U}{\partial C_{NTs}}} = \frac{-1}{-P_s} = \frac{1}{P_s} \tag{1.72}$$

Konkretno, za dati oblik funkcije korisnosti $U = \dfrac{1}{1-\sigma}(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{1-\sigma}$ ovi uslovi su:

$$\frac{\partial U}{\partial C_{Ts}} = (1-\sigma)\frac{1}{1-\sigma}(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\sigma} a C_{Ts}^{a-1} C_{NTs}^{1-a} = (C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\sigma} a (\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}})^{a-1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_{NTs}} = (1-\sigma)\frac{1}{1-\sigma}(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\sigma}(1-a)(\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}})^a = (C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\sigma}(1-a)(\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}})^a$$

Tada je stopa marginalna supstitucije:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_{Ts}}}{\frac{\partial U}{\partial C_{NTs}}} = \frac{(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\sigma} a (\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}})^{a-1}}{(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\sigma}(1-a)(\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}})^a} = \frac{a(\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}})^{a-1}}{(1-a)(\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}})^a} = \frac{a}{1-a}(\frac{C_{NTs}}{C_{Ts}}) \tag{1.73}$$

Izjednačavajući izraz (1.73) sa prethodno izvedenim (1.72) dobija se uslov koji se koristi za izvođenje funkcija potrošnje:

$$\frac{a}{1-a}(\frac{C_{NTs}}{C_{Ts}}) = \frac{1}{P_s} \tag{1.74}$$

Kako je ukupna potrošnja jednaka zbiru potrošnje razmenljivih i nerazmenljivih dobara $C_s = C_{Ts} + P_s C_{NTs}$, potrošnju razmenljivih i nerazmenljivih dobara moguće je prikazati kao funkciju ukupne potrošnje. Potrošnja razmenljivih dobara izražena kao funkcija ukupne potrošnje je:

$$\begin{aligned} C_{Ts} &= \frac{aP_sC_{NTs}}{1-a} = \frac{aP_s}{1-a}\frac{C_s - C_{Ts}}{P_s} \qquad (1.75) \\ C_{Ts}(1+\frac{a}{1-a}) &= \frac{a}{1-a}C_s \\ C_{Ts}(\frac{1-a+a}{1-a}) &= \frac{a}{1-a}C_s \\ C_{Ts}(\frac{1}{1-a}) &= \frac{a}{1-a}C_s \\ C_{Ts} &= aC_s \end{aligned}$$

Potrošnja nerazmenljivih dobara se može zapisati kao funkcija ukupne potrošnje:

$$C_{NTs} = \frac{C_s - C_{Ts}}{P_s} = \frac{C_s - aC_s}{P_s} = (1-a)\frac{C_s}{P_s} \tag{1.76}$$

Ukoliko se izvedene funkcije potrošnje, (1.75) i (1.76), uvedu u izraz za C_s^*:

$$C_s^* = C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a} = (aC_s)^a[(1-a)\frac{C_s}{P_s}]^{1-a} \tag{1.77}$$

Kako je P_s^* indeks potrošnje koji predstavlja minmalnu količinu izdataka za potrošnju C_s, takvu da je $C_s^* = 1$, za dato P_s gornji izraz se može zapisati kao:

$$(aP_s^*)^a[(1-a)\frac{P_s^*}{P_s}]^{1-a} = 1$$

odakle je indeks potrošnje P_s^*:

$$\begin{aligned} P_s^{*a}P_s^{*1-a} &= a^{-a}[(1-a)\frac{1}{P_s}]^{-(1-a)} \qquad (1.78) \\ P_s^* &= P_s^{1-a}a^{-a}(1-a)^{-(1-a)} \end{aligned}$$

Ovo nam omogućava da ograničenje problema maksimizacije korisnosti zapišemo kao:

$$Y_t - P_t^*C_t^* - I_t - G_t + r_tB_{t-1} = B_t - B_{t-1} \tag{1.79}$$

Kako bismo izveli Ojlerovu jednačinu rešimo sada problem maksimizacije korisnsti reprezentativnog agenta. Agent maksimizira korisnost potrošnje:

$$\max E_t[\sum_{s=t}^{\propto} \beta^{s-t} U(C_s^*)] \tag{1.80}$$

uz intertemporalno budžetsko ograničenje:

$$Y_s - P_s^* C_s^* - I_s - G_s + r_s B_{s-1} = B_s - B_{s-1} \tag{1.81}$$

gde je:

$$U(C_s^*) = \frac{1}{1-\sigma}(C_s^*)^{1-\sigma} \tag{1.82}$$

Lagranžijan ovog problema se može zapisati kao:[21]

$$L = E_t\{\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U(C_s^*)\} + l[(1+r_t)B_t + \sum_{s=t}^{\infty} \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1 + r_j} E_t(Y_s - G_s - I_s - P_s^* C_s^*)] \tag{1.83}$$

Uslov prvog reda (izvod gornjeg izraza po C_s^*) je:

$$\beta^{s-t} E_t\{U'(C_s^*)\} - l \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1 + r_j} P_s^* = 0 \tag{1.84}$$

u narednom periodu $(s+1)$ ovaj izraz je:

$$\beta^{s-t+1} E_t\{U'(C_{s+1}^*)\} - l \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s+1} 1 + r_j} P_{s+1}^* = 0 \tag{1.85}$$

Do Ojlerove jednačine se dolazi izjednačavanjem Lagranžovih multiplikatora obe relacije. Kako je iz izraza (1.84):

$$\frac{\beta^{s-t} E_t\{U'(C_s^*)\}}{P_s^* \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1 + r_j}} = l \tag{1.86}$$

i (1.85):

[21] Po analogiji sa prethodno analiziranim modelima, intertemporalno budžetsko ograničenje ovog problema je:

$$R_t B_t + \sum_{s=t}^{\infty} \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1 + r_j} E_t(Y_s - G_s - I_s - P_s^* C_s^*) = 0$$

$$\frac{\beta^{s-t+1}E_t\{U'(C^*_{s+1})\}}{P^*_{s+1}\frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s+1} 1+r_j}} = l \tag{1.87}$$

tada je:

$$\frac{\beta^{s-t}E_t\{U'(C^*_s)\}}{P^*_s\frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1+r_j}} = \frac{\beta^{s-t+1}E_t\{U'(C^*_{s+1})\}}{P^*_{s+1}\frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s+1} 1+r_j}} \tag{1.88}$$

Pa nakon skraćivanja Ojlerova jednačina postaje:

$$E_t\{U'(C^*_s)\} = \beta(1+r_{s+1})\frac{P^*_s}{P^*_{s+1}}E_t\{U'(C^*_{s+1})\} \tag{1.89}$$

Ojlerov uslov za datum $s = t$ glasi:

$$U'(C^*_t) = \beta(1+r_{t+1})\frac{P^*_t}{P^*_{t+1}}E_t\{U'(C^*_{t+1})\}$$

Kako je funkcija korisnosti $U = \frac{1}{1-\sigma}(C^*_s)^{1-\sigma}$njen prvi izvod je $U'(C^*_s) = C^{*-\sigma}_s$, pa Ojlerova jednačina postaje:

$$E_t(\frac{C^{*-\sigma}_s}{{C^*_{s+1}}^{-\sigma}}) = E_t(\frac{\beta(1+r_{s+1})P^*_s}{P^*_{s+1}})$$

odnosno:

$$E_t[(\frac{C^*_s}{C^*_{s+1}})^\sigma\frac{P^*_s}{P^*_{s+1}}\beta(1+r_{s+1})] = 1 \tag{1.90}$$

Kako je ranije pokazano (1.78) da je $P^*_s = P^{1-a}_s a^{-a}(1-a)^{-(1-a)}$ i (1.77) $C^*_s = (aC_s)^a[(1-a)\frac{C_s}{P_s}]^{1-a}$, Ojlerovu jednačinu je moguće izraziti preko potrošnje i realnog deviznog kursa, zamenjujući (1.78) i (1.77) u (1.90):

$$\begin{aligned}
E_t[(\frac{C^*_s}{C^*_{s+1}})^\sigma\frac{P^*_s}{P^*_{s+1}}\beta(1+r_{s+1})] &= 1 \quad (1.91)\\
E_t[(\frac{(aC_s)^a[(1-a)\frac{C_s}{P_s}]^{1-a}}{(aC_{s+1})^a[(1-a)\frac{C_{s+1}}{P_{s+1}}]^{1-a}})^\sigma\frac{P^{1-a}_s a^{-a}(1-a)^{-(1-a)}}{P^{1-a}_{s+1}a^{-a}(1-a)^{-(1-a)}}\beta(1+r_{s+1})] &= 1\\
E_t[(\frac{C_s}{C_{s+1}})^\sigma(\frac{P_{s+1}}{P_s})^{\sigma(1-a)}(\frac{P_s}{P_{s+1}})^{1-a}\beta(1+r_{s+1})] &= 1\\
E_t[(\frac{C_s}{C_{s+1}})^\sigma(\frac{P_s}{P_{s+1}})^{-\sigma(1-a)}(\frac{P_s}{P_{s+1}})^{1-a}\beta(1+r_{s+1})] &= 1
\end{aligned}$$

Odnosno:

$$E_t[(\frac{C_s}{C_{s+1}})^{\sigma}(\frac{P_s}{P_{s+1}})^{(1-\sigma)(1-a)}\beta(1+r_{s+1})]=1 \tag{1.92}$$

Već iz Ojlerove jednačine vidi se da dinamiku potrošnje određuju relativne cene i varijabilna kamatna stopa. Ojlerova jednačina je nelinearna po potrošnji i deviznom kursu. Zbog toga je gornju jednačinu neophodno linearizovati oko ravnotežnog stanja. Loglinearizacija se sprovodi po uzoru na Campbell et al. (1997, str. 306)[22]. Ukoliko bruto svetska kamatna stopa $(1+r_{t+1})$, rast potrošnje $(\Delta c_{t+1}=\log C_{t+1}-\log C_t)$ i promene cene nerazmenljivih dobara izraženih u razmenljivim $(\Delta p_{t+1}=\log P_{t+1}-\log P_t)$ imaju log normalnu raspodelu i ukoliko se pretpostavi da su uslovno homoskedastične, tj. da su njihove varijanse i kovarijanse konstantne[23], loglinearizovanu Ojlerovu jednačinu moguće je izvesti logaritmovanjem jednačine (1.92):

$$\begin{aligned}
0 &= E_t[\log\beta+\log(1+r_{t+1})-\sigma(\log C_{t+1}-\log C_t)-(1-\sigma)(1-a)\\
&\quad(\log P_{t+1}-\log P_t)]+\frac{1}{2}var[\log\beta+\log(1+r_{t+1})-\sigma(\log C_{t+1}-\log C_t)-\\
&\quad-(1-\sigma)(1-a)(\log P_{t+1}-\log P_t)]
\end{aligned}$$

Ukoliko u gornjem izrazu uvedemo smenu $\sigma=\frac{1}{\gamma}$ (γ predstavlja intertemporalnu elastičnost supstitucije) i koristimo aproksimaciju $\log(1+r_{t+1})\approx r_{t+1}$ izraz postaje:

$$\begin{aligned}
0 &= \log\beta+E_t r_{t+1}-\frac{1}{\gamma}E_t(\Delta c_{t+1})-(1-\frac{1}{\gamma})(1-a)E_t(\Delta p_{t+1})+ \\
&\quad+\frac{1}{2}var[\log\beta+r_{t+1}-\frac{1}{\gamma}\Delta c_{t+1}-(1-\frac{1}{\gamma})(1-a)\Delta p_{t+1}] \\
&= \log\beta+E_t[r_{t+1}-(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)(\Delta p_{t+1})-\frac{1}{\gamma}E_t(\Delta c_{t+1})]+\frac{1}{2}[0+\sigma_r^2+(\frac{1}{\gamma})^2\sigma_c^2- \\
&\quad+(\frac{\gamma-1}{\gamma})^2(1-a)^2\sigma_p^2-2\frac{1}{\gamma}\sigma_{r,c}-2(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)\sigma_{r,p}+2\frac{1}{\gamma}(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)\sigma_{c,p}]
\end{aligned} \tag{1.93}$$

Očekivana promena potrošnje $E_t(\Delta c_{t+1})$, prema (1.93) je:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\gamma}E_t(\Delta c_{t+1}) &= \log\beta+E_t[r_{t+1}-(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)(\Delta p_{t+1})]+\frac{1}{2}[0+\sigma_r^2+(\frac{1}{\gamma})^2\sigma_c^2+ \\
&\quad+(\frac{\gamma-1}{\gamma})^2(1-a)^2\sigma_p^2-2\frac{1}{\gamma}\sigma_{r,c}-2(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)\sigma_{r,p}+ \\
&\quad+2\frac{1}{\gamma}(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)\sigma_{c,p}]
\end{aligned}$$

odnosno:

[22] $\log E_t(X_t)=E_t[\log X_t]+\frac{1}{2}var[\log X_t]$, gde je $var[\log X_t]=E_t[(\log X_t-E_t(\log X_t))^2]$.

[23] $var_t[\log X_t]=var[(\log X_t-E_t(\log X_t)]$.

$$
\begin{aligned}
E_t(\Delta c_{t+1}) &= \gamma \log\beta + \gamma E_t[r_{t+1} + (\frac{1-\gamma}{\gamma})(1-a)(\Delta p_{t+1})] + \frac{1}{2}[\gamma\sigma_r^2 + \frac{1}{\gamma}\sigma_c^2 + \\
&+ \frac{(\gamma-1)^2}{\gamma}(1-a)^2\sigma_p^2 - 2\sigma_{r,c} - 2(\gamma-1)(1-a)\sigma_{r,p} + \\
&+ 2(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)\sigma_{c,p}]
\end{aligned}
\tag{1.94}
$$

Kako su varijanse konstantne po pretpostavci o njihovoj homoskedastičnosti, a kako je analiza sprovedena na podacima koji su u vidu odstupanja od srednje vrednosti (što eliminiše konstantne delove izraza) izraz (1.94) je moguće zapisati jednostavnije:

$$E_t(\Delta c_{t+1}) = \gamma E_t(r^*_{t+1}) \tag{1.95}$$

gde je r^*_t kamatna stopa koju plaćaju potrošači:

$$E_t(r^*_{t+1}) = E_t(r_{t+1} + (\frac{1-\gamma}{\gamma})(1-a)(\Delta p_{t+1})) \tag{1.96}$$

Za razliku od modela izloženih u prethodnim odeljcima u kojima je očekivana promena potrošnje jednaka 0, u ovom modelu željena putanja potrošnje je funkcija očekivane kamatne stope koju plaćaju potrošači, tj. varijabilne realne kamatne stope i promene realnog deviznog kursa. U ranije izloženim modelima potrošač uvek pokušava da postigne konstantni nivo ili promenu potrošnje zadužujući se na globalnom tržištu kapitala, dok je u ovom slučaju optimalno raspoređivanje potrošnje funkcija promene uslova (realne kamatne stope i realnog deviznog kursa) pod kojima se agent zadužuje na globalnom tržištu kapitala. Povećanje kamatne stope čini tekuću potrošnju skupljom u odnosu na buduću, što vodi supstituciji ka budućoj potrošnji sa elastičnošću γ i poboljšava bilans tekućeg računa. Devizni kurs ima dva efekta na potrošnju koji deluju u suprotnim smerovima. Kada je cena razmenljivih dobara privremeno niska (ili kada devizni kurs aprecira) potrošači supstituišu potrošnju nerazmenljivih dobara razmenljivim po stopi intratemporalne supstitucije, koja je u slučaju Kob-Daglasove funkcije jednaka 1. To dalje znači da se tekuća potrošnja povećava po stopi $1-a$. U suprotnom smeru deluje intertemporalni efekat. Ako je cena razmenljivih dobara privremeno niska i očekuje se njeno povećanje, onda buduća otplata zajmova u stranoj valuti (izraženih u razmenljivim dobrima) ima veće troškove mereno ukupnom potrošnjom nego samo potrošnjom razmenljivih dobara. Očekujući rast troškova otplate budućih dugova agenti povećavaju štednju, tj. smanjuju ukupne izdatake za potrošnju za $\gamma(1-a)$. Koji od dva efekta je dominantan zavisi od odnosa intertemporalne i intratemporalne stope supstitucije (dok je $\gamma < 1$, intratemporalni efekat je dominantan na šta ukazuju i empirijski rezultati, videti npr. diskusiju u radu Campa i Gavilan, 2011).

Na kraju, da bismo izveli jednačinu tekućeg računa, neophodno je linearizovati intertemporalno budžetsko ograničenje. To je, po uzoru na rad o budžetskom deficitu Huang-a i Lin-a (1993), moguće učiniti u tri koraka. Koristeći identitet tekućeg računa $CA_t = NO_t - C_t + r_t B_{t-1}$ i postavljajući uslov transverzalnosti $lim_{s\to\infty}(R_s B_s) = 0$ intertemporalno budžetsko ograničenje se može zapisati kao:

$$\sum_{s=t}^{\infty} R_s C_s = B_t + \sum_{s=t}^{\infty} R_s NO_s$$

gde je R_s tržišni diskontni faktor:

$$R_s = \frac{1}{\prod_{j=1}^{s} 1 + r_j}$$

Prvi korak izvođenja podrazumeva linearizaciju sadašnje vrednosti tekuće i budućih vrednosti potrošnje.

$$\Phi_t = \sum_{s=t}^{\infty} R_s C_s = C_t + R_{t+1} C_{t+1} + R_{t+1} R_{t+2} C_{t+2} ...$$

$$\Phi_{t+1} = C_{t+1} + R_{t+2} C_{t+2} + ...$$

$$...$$

Gornji niz implicira zakon kretanja za sadašnju vrednost beskonačnog toka potrošnje, Φ_t:

$$\Phi_{t+1} = \frac{1}{R_{t+1}}(\Phi_t - C_t); \text{za } t \geq 0 \tag{1.97}$$

Podelimo izraz (1.97) sa Φ_t :

$$\frac{\Phi_{t+1}}{\Phi_t} = \frac{1}{R_{t+1}}(1 - \frac{C_t}{\Phi_t})$$

i uzmimo logaritam obe strane:

$$\ln \Phi_{t+1} - \ln \Phi_t = \ln \frac{1}{R_{t+1}} + \ln(1 - e^{\ln C_t - \ln \Phi_t})$$

tako da dobijemo:

$$\phi_{t+1} - \phi_t = r_{t+1} + \ln(1 - e^{c_t - \phi_t}) \tag{1.98}$$

gde je $\ln \Phi_t = \phi_t$, $\ln C_t = c_t$, a $\ln \dfrac{1}{R_{t+1}} = r_{t+1}$.

Koristimo sada Tejlorovu ekspanziju I reda[24] kako bismo aproksimirali nelinearni izraz $\ln(1 - e^{c_t - \phi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti c i ϕ:

[24] Za realnu funkciju dve varijable $f(x, y)$ Tejlorova aproksimacija u okolini tačke x, y je:

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + [f_x(x, y)\Delta x + f_y(x, y)\Delta y] + \frac{1}{2!}[f_{xx}(x, y)\Delta x^2 + f_{yy}(x, y)\Delta y^2 + 2f_{xy}(x, y)\Delta x\Delta y] + ...$$

$$\ln(1 - e^{c_t - \phi_t}) \approx \ln(1 - e^{c-\phi}) - \frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}}(c_t - c) + \frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}}(\phi_t - \phi) \tag{1.99}$$

Ukoliko je $1 - e^{c-\phi} = \rho$ tada izraz $\frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}}$ postaje:

$$-\frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}} = -\frac{1 + e^{c-\phi} - 1}{1 - e^{c-\phi}} = \frac{1 - e^{c-\phi} - 1}{1 - e^{c-\phi}} = 1 - \frac{1}{1 - e^{c-\phi}} = 1 - \frac{1}{\rho}$$

pa je izraz (1.99) moguće zapisati kao:

$$\begin{aligned} \ln(1 - e^{c_t - \phi_t}) &\approx \ln(\rho) + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - c) - (1 - \frac{1}{\rho})(\phi_t - \phi) \\ &\approx \ln(\rho) - (1 - \frac{1}{\rho})(c - \phi) + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t) \\ &\approx k + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t) \end{aligned}$$

gde k predstavlja konstantni deo gornjeg izraza. Vratimo sada ovaj izraz u (1.98):

$$\phi_{t+1} - \phi_t \approx r_{t+1} + k + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t) \tag{1.100}$$

Ukoliko dodamo i oduzmemo promenu potrošnje, razliku $\phi_{t+1} - \phi_t$ je takođe moguće predstaviti kao:

$$\begin{aligned} \phi_{t+1} - \phi_t &= \Delta c_{t+1} - \Delta c_{t+1} + \phi_{t+1} - \phi_t = \\ &= \Delta c_{t+1} + \phi_{t+1} - \phi_t - c_{t+1} + c_t = \\ &= \Delta c_{t+1} - (c_{t+1} - \phi_{t+1}) + (c_t - \phi_t) \end{aligned} \tag{1.101}$$

Izjednačavajući desne strane jednačine (1.100) i (1.101):

$$\begin{aligned} r_{t+1} + k + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t) &= \Delta c_{t+1} - (c_{t+1} - \phi_{t+1}) + (c_t - \phi_t) \\ r_{t+1} + k - \frac{1}{\rho}(c_t - \phi_t) &= \Delta c_{t+1} - (c_{t+1} - \phi_{t+1}) \\ r_{t+1} + k - \Delta c_{t+1} &= \frac{1}{\rho}(c_t - \phi_t) - (c_{t+1} - \phi_{t+1}) \end{aligned}$$

Iteracijama unapred diferencijalne jednačine:

$$\frac{1}{\rho}(c_t - \phi_t) = r_{t+1} + k - \Delta c_{t+1} + (c_{t+1} - \phi_{t+1})$$

dobija se sledeći niz:

$$c_t - \phi_t = \rho(r_{t+1} - \Delta c_{t+1}) + \rho k + \rho(c_{t+1} - \phi_{t+1})$$

$$c_{t+1} - \phi_{t+1} = \rho(r_{t+2} - \Delta c_{t+2}) + \rho k + \rho(c_{t+2} - \phi_{t+2})$$

$$c_t - \phi_t = \rho(r_{t+1} - \Delta c_{t+1}) + \rho k + \rho^2(r_{t+2} - \Delta c_{t+2}) + \rho^2 k + \rho^2(c_{t+2} - \phi_{t+2})$$

$$...$$

koji se, ukoliko se zanemari njegov konstantni deo (što je moguće zbog načina konstrukcije podataka), može zapisati kao:

$$c_t - \phi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_s) \tag{1.102}$$

jer je $(\rho + \rho^2 + ..)k$ konstanta, a $\rho^{s-t}(c_s - \phi_s) \to 0$, kako $s \to \infty$. Razlika logaritma tekuće potrošnje i logaritma sadašnje vrednosti buduće potrošnje jednaka je diskontovanoj razlici budućih vrednosti kamatne stope i promene potrošnje.

Drugi korak zahteva linearizaciju sadašnje vrednosti tekuće i budućih vrednosti neto proizvodnje (NO_t)

$$\Psi_t = \sum_{s=t}^{\infty} R_s NO_s = NO_t + R_{t+1}NO_{t+1} + R_{t+1}R_{t+2}NO_{t+2}...$$

$$\Psi_{t+1} = NO_{t+1} + R_{t+2}NO_{t+2} + ...$$

$$...$$

Gornji niz implicira zakon kretanja za sadašnju vrednost tekuće i sume buduće neto proizvodnje (Ψ_t):

$$\Psi_{t+1} = \frac{1}{R_{t+1}}(\Psi_t - NO_t); \text{za } t \geq 0 \tag{1.103}$$

Podelimo izraz (1.103) sa Ψ_t :

$$\frac{\Psi_{t+1}}{\Psi_t} = \frac{1}{R_{t+1}}(1 - \frac{NO_t}{\Psi_t})$$

i uzmimo logaritam obe strane:

$$\ln \Psi_{t+1} - \ln \Psi_t = \ln \frac{1}{R_{t+1}} + \ln(1 - e^{\ln NO_t - \ln \Psi_t})$$

$$\psi_{t+1} - \psi_t = r_{t+1} + \ln(1 - e^{no_t - \psi_t}) \tag{1.104}$$

gde je $\ln \Psi_t = \phi_t$, $\ln NO_t = no_t$, a $\ln \dfrac{1}{R_{t+1}} = r_{t+1}$.

Koristimo ponovo Tejlorovu ekspanziju I reda kako bismo aproksimirali izraz $\ln(1 - e^{c_t - \psi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti c i ψ:

$$\ln(1-e^{no_t-\psi_t}) \approx \ln(1-e^{no-\psi}) - \frac{e^{no-\psi}}{1-e^{no-\psi}}(no_t - no) + \frac{e^{no-\psi}}{1-e^{no-\psi}}(\psi_t - \psi)$$

Ukoliko je $1-e^{no-\psi}=\rho$, tada izraz $\dfrac{e^{no-\psi}}{1-e^{no-\psi}}$ postaje:

$$-\frac{e^{no-\psi}}{1-e^{no-\psi}} = -\frac{1+e^{no-\psi}-1}{1-e^{no-\psi}} = \frac{1-e^{no-\psi}-1}{1-e^{no-\psi}} = 1-\frac{1}{1-e^{no-\psi}} = 1-\frac{1}{\rho} \qquad (1.105)$$

Pa je gornji izraz moguće zapisati kao:

$$\begin{aligned}
\ln(1-e^{no_t-\psi_t}) &\approx \ln(\rho) + (1-\frac{1}{\rho})(no_t - no) - (1-\frac{1}{\rho})(\psi_t - \psi) \\
&\approx \ln(\rho) - (1-\frac{1}{\rho})(no - \psi) + (1-\frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t) \\
&\approx k + (1-\frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t)
\end{aligned}$$

Vratimo sada izraz (1.105) u (1.104):

$$\psi_{t+1} - \psi_t \approx r_{t+1} + k + (1-\frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t) \qquad (1.106)$$

Razliku $\psi_{t+1} - \psi_t$ je takođe moguće predstaviti kao:

$$\begin{aligned}
\psi_{t+1} - \psi_t &= \Delta no_{t+1} - \Delta no_{t+1} + \psi_{t+1} - \psi_t = \qquad (1.107) \\
&= \Delta no_{t+1} + \psi_{t+1} - \psi_t - no_{t+1} + no_t = \\
&= \Delta no_{t+1} - (no_{t+1} - \psi_{t+1}) + (no_t - \psi_t)
\end{aligned}$$

Izjednačavajući desne strane jednačina (1.106) i (1.107):

$$\begin{aligned}
r_{t+1} + k + (1-\frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t) &= \Delta no_{t+1} - (no_{t+1} - \psi_{t+1}) + (no_t - \psi_t) \\
r_{t+1} + k - \frac{1}{\rho}(no_t - \psi_t) &= \Delta no_{t+1} - (no_{t+1} - \psi_{t+1}) \\
r_{t+1} + k - \Delta no_{t+1} &= \frac{1}{\rho}(no_t - \psi_t) - (no_{t+1} - \psi_{t+1})
\end{aligned}$$

Iteracijama unapred diferencijalne jednačine:

$$\frac{1}{\rho}(no_t - \psi_t) = r_{t+1} + k - \Delta no_{t+1} + (no_{t+1} - \psi_{t+1})$$

dobija se sledeći niz:

$$no_t - \psi_t = \rho(r_{t+1} - \Delta no_{t+1}) + \rho k + \rho(no_{t+1} - \psi_{t+1})$$

$$no_{t+1} - \psi_{t+1} = \rho(r_{t+2} - \Delta no_{t+2}) + \rho k + \rho(no_{t+2} - \psi_{t+2})$$

$$no_t - \psi_t = \rho(r_{t+1} - \Delta no_{t+1}) + \rho k + \rho^2(r_{t+2} - \Delta no_{t+2}) + \rho^2 k + \rho^2(no_{t+2} - \psi_{t+2})$$

$$...$$

koji se, ukoliko se ponovo zanemari njegov konstantni deo, može zapisati kao:

$$no_t - \psi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s) \tag{1.108}$$

jer je $(\rho + \rho^2 + ..)k$ konstanta, a $\rho^{s-t}(no_s - \psi_s) \to 0$, kako $s \to \infty$. Slično kao i u prvom koraku, razlika logaritma tekuće neto proizvodnje i logaritma sadašnje vrednosti buduće neto proizvodnje jednaka je diskontovanoj razlici budućih vrednosti promenljive kamatne stope i promene neto proizvodnje.

Treći, poslednji, korak podrazumeva loglinearizaciju budžetskog ograničenja, $\sum_{s=t}^{\infty} R_s C_s = B_t + \sum_{s=t}^{\infty} R_s NO_s$, koje se prema ranije uvedenim oznakama može zapisati kao razlika sadašnje vrednosti potrošnje (Φ_t) i neto proizvodnje (Ψ_t):

$$\Phi_t - \Psi_t = B_t \tag{1.109}$$

uz pretpostavku da je B_t, inicijalni nivo neto strane aktive, strogo pozitivan (zbog uzimanja logaritma).

Ukoliko se ovako zapisano ograničenje (1.109) podeli sa Φ_t ono postaje:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\Psi_t}{\Phi_t} &= \frac{B_t}{\Phi_t} \\ \frac{\Psi_t}{\Phi_t} &= 1 - \frac{B_t}{\Phi_t} \end{aligned}$$

Ako se sada gornji izraz logaritmuje:

$$\ln \Psi_t - \ln \Phi_t = \ln(1 - e^{\ln B_t - \ln \Phi_t})$$

$$\psi_t - \phi_t = \ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) \tag{1.110}$$

gde je $lnB_t = b_t$. Koristimo ponovo Tejlorovu ekspanziju I reda kako bismo aproksimirali izraz $\ln(1 - e^{b_t - \phi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti b i ϕ:

$$\ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) \approx \ln(1 - e^{b-\phi}) - \frac{e^{b-\phi}}{1 - e^{b-\phi}}(b_t - b) + \frac{e^{b-\phi}}{1 - e^{b-\phi}}(\phi_t - \phi)$$

Ukoliko je $1 - e^{b-\phi} = 1 - \frac{\bar{B}}{\bar{\Phi}} = \Omega$, tada je po analogiji sa ranije izvedenim izrazom (1.105) gornji izraz moguće zapisati kao[25]:

$$\begin{aligned}
\ln(1 - e^{b_t-\phi_t}) &\approx \ln(\Omega) + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - b) - (1 - \frac{1}{\Omega})(\phi_t - \phi) \\
&\approx \ln(\Omega) + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) - (1 - \frac{1}{\Omega})(b - \phi) \\
&\approx k + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t)
\end{aligned}$$

Zamenjujući ovaj izraz u (1.110), budžetsko ograničenje je moguće zapisati kao:

$$\psi_t - \phi_t = (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) \tag{1.111}$$

Kombinovanjem linearizovanog budžetskog ograničenja (1.111) sa izrazima izvedenim u prva dva koraka (1.102) i (1.108), koji se mogu zapisati i kao:

$$\begin{aligned}
c_t - \phi_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_s) \\
\phi_t &= c_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_s)
\end{aligned}$$

odnosno:

$$\begin{aligned}
no_t - \psi_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s) \\
\psi_t &= no_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s)
\end{aligned}$$

ono postaje:

$$\begin{aligned}
\psi_t - \phi_t &= (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) \\
\psi_t &= (1 - \frac{1}{\Omega})b_t + \frac{1}{\Omega}\phi_t \\
no_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s) &= (1 - \frac{1}{\Omega})b_t + \frac{1}{\Omega}c_t - \frac{1}{\Omega}\sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_s) \\
no_t - \frac{c_t}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s) - \frac{1}{\Omega}\sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_s) \\
no_t - \frac{c_t}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t &= -\sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s - \frac{\Delta c_s}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})r_s)
\end{aligned}$$

[25] izraz $1 - \frac{\bar{B}}{\bar{\Phi}}$ se može interpretirati kao prosečna vrednost $1 - \frac{B}{\Phi}$, gde je $\bar{B}$ prosečan nivo neto strane aktive.

Ukoliko uzmemo očekivanja gornje jednačine u trenutku t i koristimo Ojlerovu jednačinu potrošnje (1.95) (smenu $E_t(\Delta c_{t+1}) = \gamma E_t(r^*_{t+1})$) jednačina postaje:

$$no_t - \frac{c_t}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s - \frac{\gamma r^*_s}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})r_s) \tag{1.112}$$

Kako je $1 - \frac{\bar{B}}{\bar{\Phi}} = \Omega$, ukoliko se pretpostavi da je u ravnotežnom stanju $\bar{B} = 0$, tj. da zemlja u ravnoteži ne može da ima pozitivan ili negativan nivo neto imovine u inostranstvu, Ω je jednako 1, pa se gornji izraz pojednostavljuje:

$$no_t - c_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s - \gamma r^*_s - (1-1)r_s)$$

Izraz sa leve strane je moguće obeležiti kao CA^*_t, jer je leva strana je slična definiciji tekućeg računa, osim što su komponente u logaritmima. Pa je finalnu relaciju moguće zapisati kao:

$$CA^*_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s - \gamma r^*_s) \tag{1.113}$$

gde je $CA^*_t \equiv no_t - c_t$.[26]

Osim standardnog uticaja dohotka, sada i rast realne kamatne stope sa kojom se suočavaju potrošači (koja uključuje oscilacije realne kamatne stope i realnog deviznog kursa) utiče na tekući račun bilansa plaćanja. Rast ove stope snižava tekuću potrošnju, jer reprezentativni potrošač odlaže potrošnju za budućnost, što poboljšava tekući račun bilansa plaćanja.

1.2.2 *Model sa odnosima razmene (Bouakez i Kano, 2008)*

Prethodno predstavljeni model podrazumevao je uticaj eksternih šokova - varijabilne svetske kamatne stope i realnog deviznog kursa koji su generisali odstupanje željene potrošnje od konstantnog nivoa (tzv. engl. *consumption tilting*). Još 50-ih godina Harberger (1950) i Laursen i Metzler (1950) su pokazali da egzogeno poboljšanje odnosa razmene[27] vodi poboljšanju trgovinskog bilansa, jer pozitivni šok u odnosima razmene povećava dohodak, a on štednju (ukoliko je marginalna sklonost potrošnji dohotka manja od 1). Povećana volatilnost tekućeg računa bilansa plaćanja, naročito u godinama nakon naftnih šokova ukazuje na potencijalno značajan uticaj odnosa razmene na kretanje spoljne pozicije. Zemlje izvoznice primarnih proizvoda poput Kanade, gde je intertemporalni pristup najčešće odbačen, izložene su značajnim oscilacijama odnosa razmene. Kako bi uvažili ovu empirijsku činjenicu Bouakez i Kano (2008) uključuju Herberger-Laursen-Metzler-ov efekat u model sa varijabilnim kamatnim stopama i deviznim kursevima uz zadržavanje pretpostavki o funkciji korisnosti sa konstantnom re-

[26] Tekući račun je $CA_t = NO_t - C_t$. Mera tekućeg računa koja je data u tekstu ga vidi kao razliku neto proizvodnje i agregatne potrošnje u logaritmima. Ova definicija je ekvivalentna odnosu neto izvoza i potrošnje $no_t - c_t = \ln \frac{NO_t}{C_t} = \ln \frac{C_t + NO_t - C_t}{C_t} = \ln(1 + \frac{NX_t}{C_t}) \approx \frac{NX_t}{C_t}$

[27] Odnosi razmene predstavljaju količnik cena izvoznih i uvoznih proizvoda.

lativnom averzijom prema riziku. Reprezentativni potrošač bira niz potrošnje koji maksimizira korisnosti:

$$\max E_t \sum_{s=t}^{\propto} \beta^{s-t} U(C_t) \tag{1.114}$$

uz ograničenje:

$$B_{s+1} - B_s = Q_s^x NO_s^x + P_s NO_s^n - Q_s^c C_s + r_s B_s \tag{1.115}$$

i funkciju korisnosti:

$$U(C_s) = \frac{1}{1-\sigma}(C_s)^{1-\frac{1}{\sigma}}; \sigma > 0 \tag{1.116}$$

$$C_s = C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a} \tag{1.117}$$

U gornjem izrazu Q^x predstavlja izvozne cene, P je, kao i ranije, cena nerazmenljivih dobara izražena u jedinicama razmenljivih dobara (aproksimacija realnog deviznog kursa), NO^x predstavlja razmenljivu neto proizvodnju, NO^n predstavlja razmenljivu neto proizvodnju, dok su ostale oznake iste kao i u prethodnim odeljcima (takođe izražene u jedinicama razmenljivih dobara). Q^c je indeks koji određuje relativnu cenu agregane potrošnje, a dobija se kao ponderisani prosek cena uvoza X, izvoza M i realnog kursa P, $Q_s^x X_s + Q_s^m M_s + P_s C_{NTs} = Q_s^c C_s$. Dakle, potrošač maksimizira korisnost razmenljivih i nerazmenljivih dobara uz ograničenje da u svakom periodu vrednosti tekućeg računa odgovara zbiru neto izvoza i kamatnih plaćanja. Kao i ranije postojanje razmenljivih i nerazmenljivih dobara u modelu omogućava uključivanje realnog deviznog kursa. Predstavljanje potrošnje razmenljivih dobara kao funkcije uvoza i izvoza omogućava uključivanje odnosa razmene. Potrošnja razmenljivih dobara je kombinacija uvoza i izvoza:

$$C_{Ts} = \omega X_s^z M_s^{1-z}$$

gde X_s predstavlja potrošnju izvoznih dobara, M_s potrošnju uvoznih dobara, z je učešće izvoznih dobara u korpi razmenljivih dobara, pa je izraz $\omega = z^{-z}(1-z)^{z-1}$ pozitivna konstanta.

Kako bismo izveli Ojlerovu jednačinu rešimo najpre problem maksimizacije korisnsti reprezentativnog agenta. Izvođenje sledi iste korake kao u slučaju modela koji su formulisali (Bergin i Sheffrin, 2000). Agent maksimizira korisnost potrošnje:

$$\max E_t [\sum_{s=t}^{\propto} \beta^{s-t} U(C_s)] \tag{1.118}$$

uz intertemporalno budžetsko ograničenje:

$$Q_s^x NO_s^x + P_s NO_s^n - Q_s^c C_s + r_t B_{t-1} = B_t - B_{t-1} \tag{1.119}$$

gde je:

$$U(C_t) = \frac{1}{1-\sigma}(C_t)^{1-\sigma} \tag{1.120}$$

Lagranžijan ovog problema se može zapisati kao:[28]

$$L = E_t\{\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} U(C_s)\} + l[(1+r_t)B_t + \sum_{s=t}^{\infty} \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1+r_j} E_t(Q_s^x NO_s^x + P_s NO_s^n - Q_s^c C_s)] \tag{1.121}$$

Uslov prvog reda (izvod gornjeg izraza po C_s^*) je:

$$\beta^{s-t} E_t\{U'(C_s)\} - l \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1+r_j} Q_s^c = 0 \tag{1.122}$$

u narednom periodu ovaj izraz je:

$$\beta^{s-t+1} E_t\{U'(C_{s+1})\} - l \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s+1} 1+r_j} Q_{s+1}^c = 0 \tag{1.123}$$

Do Ojlerove jednačine se dolazi izjednačavanjem Lagranžovih multiplikatora obe relacije. Kako je iz izraza (1.122):

$$\frac{\beta^{s-t} E_t\{U'(C_s)\}}{Q_s^c \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s} 1+r_j}} = l \tag{1.124}$$

i (1.123):

$$\frac{\beta^{s-t+1} E_t\{U'(C_{s+1})\}}{Q_{s+1}^c \frac{1}{\prod_{j=t+1}^{s+1} 1+r_j}} = l \tag{1.125}$$

tada je:

[28] Po analogiji sa prethodno analiziranim modelima, intertemporalno budžetsko ograničenje ovog problema je:

$$R_t B_t + \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{R_s})^{s-t} E_t(Q_s^x NO_s^x + P_s NO_s^n - Q_s^c C_s^*) = 0$$

$$\frac{\beta^{s-t}E_t\{U'(C_s)\}}{Q_s^c\dfrac{1}{\prod\limits_{j=t+1}^{s}1+r_j}}=\frac{\beta^{s-t+1}E_t\{U'(C_{s+1})\}}{Q_{s+1}^c\dfrac{1}{\prod\limits_{j=t+1}^{s+1}1+r_j}} \tag{1.126}$$

Pa nakon skraćivanja Ojlerova jednačina postaje:

$$E_t\{U'(C_s)\}=\beta(1+r_{s+1})\frac{Q_s^c}{Q_{s+1}^c}E_t\{U'(C_{s+1})\} \tag{1.127}$$

Ojlerov uslov za datum $s=t$ glasi:

$$U'(C_t)=\beta(1+r_{t+1})\frac{Q_t^c}{Q_{t+1}^c}E_t\{U'(C_{t+1})\}$$

Kako je $U(C_s)=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{\gamma}}(C_s)^{1-\frac{1}{\gamma}}$, marginalna korisnost je $U'(C_s)=C_s^{-\frac{1}{\gamma}}$, Ojlerova jednačina se može zapisati kao:

$$E_t(\frac{C_s^*}{C_{s+1}})^{-\frac{1}{\gamma}}=E_t(\frac{\beta(1+r_{s+1})Q_s^c}{Q_{s+1}^c})$$

tj. kao:

$$E_t[(\frac{C_s}{C_{s+1}})^{\frac{1}{\gamma}}\frac{Q_s^c}{Q_{s+1}^c}\beta(1+r_{s+1}))]=1$$

Kako je $P_s^{1-a}=Q_s^c$, po analogiji sa (1.78) gornja jednačina postaje:

$$E_t[(\frac{C_s}{C_{s+1}})^{\frac{1}{\gamma}}(\frac{P_s}{P_{s+1}})^{1-a}\beta(1+r_{s+1}))]=1$$

$$E_t[(\frac{C_{s+1}}{C_s})^{-\frac{1}{\gamma}}(\frac{P_{s+1}}{P_s})^{-(1-a)}\beta(1+r_{s+1}))]=1 \tag{1.128}$$

Kao i u modelu izloženom u prethodnom odeljku, na optimalni raspored potrošnje utiče varijabilna kamatna stopa i kretanje realnog deviznog kursa. Ponovo, Ojelerovu jednačinu je moguće linearizovati po uzoru na Campbell et al. (1997). Ako pretpostavimo log normalnu raspodelu bruto svetske kamatne stope $(1+r_{s+1})$, rasta potrošnje $(\Delta c_{s+1}=\log C_{s+1}-\log C_s)$ i promene cene nerazmenljivih dobara u razmenljivim $(\Delta p_{s+1}=\log P_{s+1}-\log P_s)$ i pretpostavimo da su varijable uslovno homoskedastične tj. da su njihove varijanse i kovarijanse konstantne loglinearizovana Ojlerova jednačina je:

$$\begin{aligned}\log 1 &= E_t[\log\beta + \log(1+r_{s+1}) - \frac{1}{\gamma}(\log C_{s+1} - \log C_t) - (1-a)(\log P_{t+1} - \log P_t)] + \\ &+\frac{1}{2}var[\log\beta + \log(1+r_{s+1}) - \frac{1}{\gamma}(\log C_{s+1} - \log C_t) - (1-a) \\ &(\log P_{t+1} - \log P_t)]\end{aligned}$$

Ukoliko u gornjem izrazu koristimo aproksimaciju $\log(1+r_{t+1}) \approx r_{t+1}$ izraz postaje:

$$0 = \log\beta + E_t[r_{t+1} - \frac{1}{\gamma}\Delta c_{t+1} - (1-a)\Delta p_{t+1}] + \frac{1}{2}var[\log\beta + r_{t+1} - \frac{1}{\gamma}\Delta c_{t+1} - (1-a)\Delta p_{t+1}]$$

Očekivana promena potrošnje $E_t(\Delta c_{t+1})$ može se zapisati kao:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\gamma}E_t(\Delta c_{t+1}) &= \log\beta + E_t[r_{t+1} - (1-a)\Delta p_{t+1}] + \frac{1}{2}[0 + \sigma_r^2 + (\frac{1}{\sigma})^2\sigma_c^2 + \\ &+(1-a)^2\sigma_p^2 - 2\frac{1}{\gamma}\sigma_{r,c} - 2(1-a)\sigma_{r,p} + 2\frac{1}{\gamma}(1-a)\sigma_{c,p}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_t(\Delta c_{t+1}) &= \gamma\log\beta + E_t[\gamma r_{t+1} - \gamma(1-a)\Delta p_{t+1}] + \\ &+\frac{1}{2}[\gamma\sigma_r^2 + \frac{1}{\gamma}\sigma_c^2 + \gamma(1-a)^2\sigma_p^2 - 2\sigma_{r,c} - \\ &-2\gamma(1-a)\sigma_{r,p} + 2(1-a)\sigma_{c,p}]\end{aligned}$$

Kako su varijanse i izraz $\gamma\log\beta$ konstantni, oni neće bti uključeni u finalno rešenje, s obzirom da su varijable u empirijskoj analizu uključene u vidu odstupanja od srednjih vrednosti u uzorku:

$$E_t(\Delta c_{t+1}) = E_t[\gamma r_{t+1} - \gamma(1-a)\Delta p_{t+1}] \tag{1.129}$$

Kao i u modelu izloženom u prethodnom odeljku, očekivana promena potrošnje je funkcija varijabilne realne kamatne stope i promene realnog deviznog kursa. Dakle, agent je ponovo spreman da se odrekne konstantne potrošnje ukoliko je kamatna stopa dovoljno visoka ili devizni kurs dovoljno deprecirao.

Da bismo izveli jednačinu tekućeg računa, neophodno je linearizovati i intertemporalno budžetsko ograničenje:

$$B_{s+1} = Q_s^x NO_s^x + P_s NO_s^n - Q_s^c C_t + (1+r_s)B_s$$

Uz pretpostavku da se nerazmenljiva proizvodnja, NO_s^n, troši u potpunosti $NO_s^n = C_{NTs}$, ovaj izraz je:

$$B_{s+1} = (1+r_s)B_s + Q_s^x NO_s^x - C_{Tt} \tag{1.130}$$

Iteracijama unapred uz postavljanje uslova transverzalnosti, $lim_{s\to\infty}(R_s B_s) = 0$, intertemporalno budžetsko ograničenje postaje:

$$\sum_{s=t}^{\infty} R_s C_{Ts} = B_t + \sum_{s=t}^{\infty} R_s Q_s^x NO_s^x$$

gde je kao i ranije R_s tržišni diskontni faktor:

Loglinearizacija se ponovo odvija u tri koraka (Huang i Lin, 1993).

Prvi korak podrazumeva linearizaciju sadašnje vrednosti tekuće i budućih vrednosti potrošnje razmenljivih dobara.

$$\Phi_t = \sum_{s=t}^{\infty} R_s C_{Ts} = C_{Tt} + R_{t+1} C_{Tt+1} + R_{t+1} R_{t+2} C_{Tt+2} ...$$

$$\Phi_{t+1} = C_{Tt+1} + R_{t+2} C_{Tt+2} + ...$$

...

Gornji niz implicira zakon kretanja za Φ_t, sadašnju vrednost potrošnje razmenljivih dobara:

$$\Phi_{t+1} = \frac{1}{R_{t+1}}(\Phi_t - C_{Tt}); \text{za } t \geq 0$$

Podelimo ovaj izraz sa Φ_t :

$$\frac{\Phi_{t+1}}{\Phi_t} = \frac{1}{R_{t+1}}(1 - \frac{C_{Tt}}{\Phi_t})$$

i uzmimo logaritam obe strane:

$$\ln \Phi_{t+1} - \ln \Phi_t = \ln \frac{1}{R_{t+1}} + \ln(1 - e^{\ln C_{Tt} - \ln \Phi_t})$$

$$\phi_{t+1} - \phi_t = r_{t+1} + \ln(1 - e^{c_{Tt} - \phi_t}) \tag{1.131}$$

gde je $\ln \Phi_t = \phi_t$, $\ln C_{Tt} = c_{Tt}$, a $\ln \frac{1}{R_{t+1}} = r_{t+1}$.

Koristimo kao i ranije Tejlorovu ekspanziju I reda kako bismo aproksimirali izraz $\ln(1 - e^{c_{Tt} - \phi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti c_T i ϕ:

$$\ln(1 - e^{c_{Tt} - \phi_t}) \approx \ln(1 - e^{c_T - \phi}) - \frac{e^{c_T - \phi}}{1 - e^{c_T - \phi}}(c_{Tt} - c_T) + \frac{e^{c_T - \phi}}{1 - e^{c_T - \phi}}(\phi_t - \phi)$$

Ukoliko je $1 - e^{c_T - \phi} = \rho$ tada izraz $-\frac{e^{c_T - \phi}}{1 - e^{c_T - \phi}}$ postaje:

$$-\frac{e^{c_T - \phi}}{1 - e^{c_T - \phi}} = -\frac{1 + e^{c_T - \phi} - 1}{1 - e^{c_T - \phi}} = \frac{1 - e^{c_T - \phi} - 1}{1 - e^{c_T - \phi}} = 1 - \frac{1}{1 - e^{c_T - \phi}} = 1 - \frac{1}{\rho}$$

Tada je gornji izraz moguće zapisati kao:

$$
\begin{aligned}
\ln(1-e^{c_{Tt}-\phi_t}) &\approx \ln(\rho)+(1-\frac{1}{\rho})(c_{Tt}-c_T)-(1-\frac{1}{\rho})(\phi_t-\phi)\\
&\approx \ln(\rho)-(1-\frac{1}{\rho})(c_T-\phi)+(1-\frac{1}{\rho})(c_{Tt}-\phi_t)\\
&\approx k+(1-\frac{1}{\rho})(c_{Tt}-\phi_t)
\end{aligned}
$$

Vratimo sada ovaj izraz u (1.131):

$$
\phi_{t+1}-\phi_t \approx r_{t+1}+k+(1-\frac{1}{\rho})(c_{Tt}-\phi_t) \tag{1.132}
$$

Razliku $\phi_{t+1}-\phi_t$ je takođe moguće predstaviti kao:

$$
\begin{aligned}
\phi_{t+1}-\phi_t &= \Delta c_{Tt+1}-\Delta c_{Tt+1}+\phi_{t+1}-\phi_t = \\
&= \Delta c_{Tt+1}+\phi_{t+1}-\phi_t-c_{Tt+1}+c_{Tt} = \\
&= \Delta c_{Tt+1}-(c_{Tt+1}-\phi_{t+1})+(c_{Tt}-\phi_t)
\end{aligned} \tag{1.133}
$$

Izjednačavajući desne strane jednačina (1.132) i (1.133):

$$
\begin{aligned}
r_{t+1}+k+(1-\frac{1}{\rho})(c_{Tt}-\phi_t) &= \Delta c_{Tt+1}-(c_{Tt+1}-\phi_{t+1})+(c_{Tt}-\phi_t)\\
r_{t+1}+k-\frac{1}{\rho}(c_{Tt}-\phi_t) &= \Delta c_{Tt+1}-(c_{Tt+1}-\phi_{t+1})\\
r_{t+1}+k-\Delta c_{Tt+1} &= \frac{1}{\rho}(c_t-\phi_t)-(c_{t+1}-\phi_{t+1})
\end{aligned}
$$

Iteracijama unapred diferencijalne jednačine:

$$
\frac{1}{\rho}(c_{Tt}-\phi_t)=r_{t+1}+k-\Delta c_{Tt+1}+(c_{Tt+1}-\phi_{t+1})
$$

dobija se sledeći niz:

$$
c_{Tt}-\phi_t=\rho(r_{t+1}-\Delta c_{Tt+1})+\rho k+\rho(c_{Tt+1}-\phi_{t+1})
$$

$$
c_{Tt+1}-\phi_{t+1}=\rho(r_{t+2}-\Delta c_{Tt+2})+\rho k+\rho(c_{Tt+2}-\phi_{t+2})
$$

$$
c_{Tt}-\phi_t=\rho(r_{t+1}-\Delta c_{Tt+1})+\rho k+\rho^2(r_{t+2}-\Delta c_{Tt+2})+\rho^2 k+\rho^2(c_{Tt+2}-\phi_{t+2})
$$

$$
\dots
$$

$$
c_{Tt}-\phi_t=\sum_{s=t+1}^{\infty}\rho^{s-t}(r_s-\Delta c_{Ts}) \tag{1.134}
$$

jer je $(\rho+\rho^2+..)k$ konstanta, a $\rho^{s-t}(c_{Ts}-\phi_s)\rightarrow 0$ kada $s\rightarrow\infty$.

Drugi korak daje linearizaciju sadašnje vrednosti tekuće i budućih vrednosti neto proizvodnje razmenljivih dobara $(Q_s^x NO_s^x)$

$$\Psi_t=\sum_{s=t}^{\infty}R_s Q_s^x NO_s^x = Q_t^x NO_t^x + R_{t+1}Q_{t+1}^x NO_{t+1}^x + R_{t+1}R_{t+2}Q_{t+2}^x NO_{t+2}^x ...$$

$$\Psi_{t+1}=Q_{t+1}^x NO_{t+1}^x + R_{t+2}Q_{t+2}^x NO_{t+2}^x + ...$$

$$...$$

Gornji niz implicira zakon kretanja za Ψ_t:

$$\Psi_{t+1}=\frac{1}{R_{t+1}}(\Psi_t - Q_t^x NO_t^x); \text{za } t\geq 0$$

Podelimo ovaj izraz sa Ψ_t :

$$\frac{\Psi_{t+1}}{\Psi_t}=\frac{1}{R_{t+1}}(1-\frac{Q_t^x NO_t^x}{\Psi_t})$$

i uzmimo logaritam obe strane:

$$\ln\Psi_{t+1}-\ln\Psi_t=\ln\frac{1}{R_{t+1}}+\ln(1-e^{\ln Q_t^x NO_t^x - \ln\Psi_t})$$

$$\psi_{t+1}-\psi_t = r_{t+1}+\ln(1-e^{q_t^x+no_t^x-\psi_t}) \tag{1.135}$$

gde je $\ln\Psi_t=\psi_t$, $\ln Q_t^x = q_t^x$, $lnNO_t^x = no_t^x$, a $\ln\dfrac{1}{R_{t+1}}=r_{t+1}$.

Koristimo ponovo Tejlorovu ekspanziju I reda kako bismo aproksimirali izraz $\ln(1-e^{c_t-\psi_t})$ iz relacije (1.135) oko ravnotežnih vrednosti q^x, no^x i ψ:

$$\begin{aligned}\ln(1-e^{q_t^x+no_t^x-\psi_t}) \approx\ & \ln(1-e^{q^x+no^x-\psi})-\frac{e^{q^x+no^x-\psi}}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}(q_t^x-q^x)- \\ & -\frac{e^{q^x+no^x-\psi}}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}(no_t^x-no^x)+\frac{e^{q^x+no^x-\psi}}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}(\psi_t-\psi)\end{aligned} \tag{1.136}$$

Ukoliko je $1-e^{q^x+no^x-\psi}=\rho$ tada izraz$-\dfrac{e^{q^x+no^x-\psi}}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}$ postaje:

$$-\frac{e^{q^x+no^x-\psi}}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}=-\frac{1+e^{q^x+no^x-\psi}-1}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}=\frac{1-e^{q^x+no^x-\psi}-1}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}=1-\frac{1}{1-e^{q^x+no^x-\psi}}=1-\frac{1}{\rho}$$

Tada je izraz (1.136) moguće zapisati kao:

$$\begin{aligned}
\ln(1-e^{q^x+no^x-\psi}) &\approx \ln(\rho)+(1-\frac{1}{\rho})(q_t^x-q^x)+(1-\frac{1}{\rho})(no_t^x-no^x)-(1-\frac{1}{\rho})(\psi_t-\psi)\\
&\approx \ln(\rho)-(1-\frac{1}{\rho})(q^x+no^x-\psi)+(1-\frac{1}{\rho})(q_t^x+no_t^x-\psi_t)\\
&\approx k+(1-\frac{1}{\rho})(q_t^x+no_t^x-\psi_t)
\end{aligned}$$

Vratimo sada ovaj izraz u (1.135):

$$\psi_{t+1}-\psi_t \approx r_{t+1}+k+(1-\frac{1}{\rho})(q_t^x+no_t^x-\psi_t) \tag{1.137}$$

Razliku $\psi_{t+1}-\psi_t$ je takođe moguće predstaviti kao:

$$\begin{aligned}
\psi_{t+1}-\psi_t &= \Delta no_{t+1}^x+\Delta q_{t+1}^x-\Delta no_{t+1}^x-\Delta q_{t+1}^x+\psi_{t+1}-\psi_t = \qquad (1.138)\\
&= \Delta no_{t+1}^x+\Delta q_{t+1}^x+\psi_{t+1}-\psi_t-no_{t+1}^x+no_t^x-q_{t+1}^x+q_t^x=\\
&= \Delta no_{t+1}^x+\Delta q_{t+1}^x-(q_{t+1}^x+no_{t+1}^x-\psi_{t+1})+(q_t^x+no_t^x-\psi_t)
\end{aligned}$$

Izjednačavajući desne strane jednačina (1.137) i (1.138):

$$\begin{aligned}
r_{t+1}+k+(1-\frac{1}{\rho})(q_t^x+no_t^x-\psi_t) &= \Delta no_{t+1}^x+\Delta q_{t+1}^x-(q_{t+1}^x+no_{t+1}^x-\psi_{t+1})+\\
&\quad +(q_t^x+no_t^x-\psi_t)\\
r_{t+1}+k-\frac{1}{\rho}(q_t^x+no_t^x-\psi_t) &= \Delta no_{t+1}^x+\Delta q_{t+1}^x-(q_{t+1}^x+no_{t+1}^x-\psi_{t+1})\\
r_{t+1}+k-\Delta no_{t+1}-\Delta q_{t+1}^x &= \frac{1}{\rho}(q_t^x+no_t^x-\psi_t)-(q_{t+1}^x+no_{t+1}^x-\psi_{t+1})
\end{aligned}$$

Iteracijama unapred diferencijalne jednačine:

$$\frac{1}{\rho}(q_t^x+no_t^x-\psi_t))=r_{t+1}+k-\Delta no_{t+1}^x-\Delta q_{t+1}^x+(q_{t+1}^x+no_{t+1}^x-\psi_{t+1})$$

dobija se sledeći niz:

$$q_t^x+no_t^x-\psi_t=\rho(r_{t+1}-\Delta no_{t+1}^x-\Delta q_{t+1}^x)+\rho k+\rho(q_{t+1}^x+no_{t+1}^x-\psi_{t+1})$$

$$q_{t+1}^x+no_{t+1}^x-\psi_{t+1}=\rho(r_{t+2}-\Delta no_{t+2}^x-\Delta q_{t+2}^x)+\rho k+\rho(q_{t+2}^x+no_{t+2}^x-\psi_{t+2})$$

$$\begin{aligned}
q_t^x+no_t^x-\psi_t &= \rho(r_{t+1}-\Delta no_{t+1}^x-\Delta q_{t+1}^x)+\rho k+\rho^2(r_{t+2}-\Delta no_{t+2}^x-\Delta q_{t+2}^x)+\\
&\quad +\rho^2 k+\rho^2(q_{t+2}^x+no_{t+2}^x-\psi_{t+2})
\end{aligned}$$

...

$$q_t^x + no_t^x - \psi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s^x - \Delta q_s^x) \tag{1.139}$$

jer je $(\rho + \rho^2 + ..)k$ konstanta, a $\rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s^x - \Delta q_s^x) \to 0$, kako $s \to \infty$.

Treći korak podrazumeva loglinearizaciju budžetskog ograničenja, $\sum_{s=t}^{\infty} E_t(R_s C_{Ts}) = B_t + \sum_{s=t}^{\infty} E_t(R_s Q_s^x NO_s^x)$, koje se prema ranije uvedenim oznakama može zapisati kao:

$$\Phi_t - \Psi_t = B_t$$

uz pretpostavku da je B_t, inicijalni nivo neto strane aktive, strogo pozitivan. Ukoliko se ovako zapisano ograničenje podeli sa Φ_t ono postaje:

$$\frac{\Psi_t}{\Phi_t} = 1 - \frac{B_t}{\Phi_t}$$

Ukoliko se gornji izraz logaritmuje:

$$\ln \Psi_t - \ln \Phi_t = \ln(1 - e^{\ln B_t - \ln \Phi_t})$$

$$\psi_t - \phi_t = \ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) \tag{1.140}$$

gde je $lnB_t = b_t$. Koristimo ponovo Tejlorovu ekspanziju prvog reda kako bismo aproksimirali izraz $\ln(1 - e^{b_t - \phi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti b i ϕ:

$$\ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) \approx \ln(1 - e^{b-\phi}) - \frac{e^{b-\phi}}{1 - e^{b-\phi}}(b_t - b) + \frac{e^{b-\phi}}{1 - e^{b-\phi}}(\phi_t - \phi) \tag{1.141}$$

Ukoliko je $1 - e^{b-\phi} = 1 - \frac{\bar{B}}{\bar{\Phi}} = \Omega$ gornji izraz (1.141) je kao i kod prethodnog modela moguće zapisati kao:

$$\begin{aligned} \ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) &\approx \ln(\Omega) + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - b) - (1 - \frac{1}{\Omega})(\phi_t - \phi) \\ &\approx \ln(\Omega) + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) - (1 - \frac{1}{\Omega})(b - \phi) \\ &\approx k + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) \end{aligned}$$

Budžetsko ograničenje (1.140) moguće je zapisati kao:

$$\psi_t - \phi_t = (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) \tag{1.142}$$

Kombinujući linearizovane jednačine potrošnje razmenljivih dobara i razmenljive neto proizvodnje sa linearizovanim budžetskim ograničenjem moguće je izvesti linearizovanu jednačinu tekućeg računa.

Najpre, izraz za potrošnju (1.134):

$$c_{Tt} - \phi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_{Ts})$$

zapišimo kao:

$$\phi_t = c_{Tt} - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_{Ts}) \tag{1.143}$$

i izraz za neto proizvodnju razmenljivih dobara (1.139):

$$q_t^x + no_t^x - \psi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s^x - \Delta q_s^x)$$

kao:

$$\psi_t = q_t^x + no_t^x - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s^x - \Delta q_s^x) \tag{1.144}$$

a zatim i budžetsko ograničenje (1.142):

$$\psi_t - \phi_t = (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t)$$

kao:

$$\psi_t = (1 - \frac{1}{\Omega})b_t + \frac{1}{\Omega}\phi_t \tag{1.145}$$

Tada zamenom izraza (1.143) i (1.144) u (1.145), možemo zapisati:

$$\begin{aligned} q_t^x + no_t^x - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s^x - \Delta q_s^x) &= (1 - \frac{1}{\Omega})b_t + \frac{1}{\Omega}[c_{Tt} - \\ &\quad - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta c_{Ts})] \\ q_t^x + no_t^x - \frac{1}{\Omega}c_{Tt} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r_s - \Delta no_s^x - \Delta q_s^x - \frac{1}{\Omega}r_s + \\ &\quad + \frac{1}{\Omega}\Delta c_{Ts}) \\ q_t^x + no_t^x - \frac{1}{\Omega}c_{Tt} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(-\Delta no_s^x - \Delta q_s^x - (1 - \frac{1}{\Omega})r_s + \\ &\quad + \frac{1}{\Omega}\Delta c_{Ts}) \end{aligned} \tag{1.146}$$

Kako bismo izveli finalnu relaciju tekućeg računa neophodno je izvesti Ojlerovu jednačnu potrošnje razmenljivih dobara. Ovo izvođenje sledi od ranije poznatu proceduru. Prvi korak je izvođenje potrošnje razmenljivih dobara u funkciji ukupne potrošnje. Kako je funkcija korisnosti:

$$U(C_s) = \frac{1}{1-\frac{1}{\gamma}}(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

njeni izvodi po C_{Ts} i C_{NTs} su:

$$\frac{\partial U_s}{\partial C_{Ts}} = [(\frac{C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a}}{1-\frac{1}{\sigma}})^{1-\frac{1}{\gamma}}]\prime = (C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\frac{1}{\gamma}} a C_{Ts}^{a-1} C_{NTs}^{1-a} = (C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\frac{1}{\gamma}} a (\frac{C_{NTs}}{C_{Ts}})^{1-a}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial U_s}{\partial C_{NTs}} &= [(\frac{C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a}}{1-\frac{1}{\sigma}})^{1-\frac{1}{\gamma}}]\prime = (C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\frac{1}{\gamma}}(1-a) C_{Ts}^{a} C_{NTs}^{-a} = \\ &= (C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\frac{1}{\gamma}}(1-a)(\frac{C_{NTs}}{C_{Ts}})^{-a}\end{aligned}$$

Tada je:

$$\frac{\partial U_s}{\partial C_{Ts}} / \frac{\partial U_s}{\partial C_{NTs}} = \frac{(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\frac{1}{\gamma}} a (\frac{C_{NTs}}{C_{Ts}})^{-a}}{(C_{Ts}^a C_{NTs}^{1-a})^{-\frac{1}{\gamma}}(1-a)(\frac{C_{NTs}}{C_{Ts}})^{1-a}} = \frac{a}{1-a}\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}} \tag{1.147}$$

Takođe, ukoliko iz ograničenje problema optimizacije $Y_s - (C_{Ts} + P_s C_{NTs}) - I_s - G_s + r_s B_{s-1} = B_s - B_{s-1}$ izrazimo potrošnju razmenljivih i nerazmenljivih dobara:

$$C_{Ts} = Y_s - P_s C_{NTs} - I_s - G_s + (1+r_s)B_{s-1} - B_s$$

$$P_s C_{NTs} = Y_s - C_{Ts} - I_s - G_s + (1+r_s)B_{s-1} - B_s$$

funkcija korisnosti postaje:

$$U(Y_s - P_s C_{NTs} - I_s - G_s + (1+r_s)B_{s-1} - B_s)$$

odnosno:

$$U(Y_s - C_{Ts} - I_s - G_s + (1+r_s)B_{s-1} - B_s)$$

pa je u trenutku s,

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_{NTs}}}{\frac{\partial U}{\partial C_{Ts}}} = P_s \tag{1.148}$$

Ukoliko izjednačimo dva izraza za odnose izvoda funkcije korisnosti dobija se:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_{NTs}}}{\frac{\partial U}{\partial C_{Ts}}} = P_s = \frac{1-a}{a}\frac{C_{Ts}}{C_{NTs}}$$

Pa je potrošnja razmenljivih dobara:

$$C_{Ts} = \frac{a}{(1-a)} P_s C_{NTs} \tag{1.149}$$

Kako je ukupna potrošnja zbir potrošnje razmenljivih i nerazmenljivih dobara $Q_s^c C_s = C_{Ts} + P_s C_{NTs}$, zamenom izraz (1.149) postaje:

$$\begin{aligned}
C_{Ts} &= \frac{a}{(1-a)}(Q_s^c C_s - C_{Ts}) \\
C_{Ts}(1 + \frac{a}{(1-a)}) &= \frac{a}{(1-a)} Q_s^c C_s \\
C_{Ts}(\frac{1-a+a}{(1-a)}) &= \frac{a}{(1-a)} Q_s^c C_s \\
C_{Ts} &= a Q_s^c C_s
\end{aligned}$$

Potrošnja nerazmenljivih dobara je tada:

$$C_{NTs} = \frac{Q_s^c C_s - C_{Ts}}{P_s} = \frac{Q_s^c C_s - a Q_s^c C_s}{P_s}$$

Uvodeći smenu $P_s = Q_s^{c^{1-a}}$ ovaj izraz postaje:

$$C_{NTs} = \frac{(1-a) Q_s^c C_{ss}}{(Q_s^c)^{1-a}} = (1-a)(Q_s^c)^a C_s$$

Kako je $C_{Ts} = a Q_s^c C_s$ u ranije izvedenoj Ojlerovoj jednačini (1.128) moguće je umesto C_s pisati $\frac{C_{Ts}}{a Q_s^c}$:

$$
\begin{aligned}
E_t[(\frac{C_s}{C_{s+1}})^{\frac{1}{\gamma}} \frac{Q_s^c}{Q_{s+1}^c}\beta(1+r_{s+1}))] &= 1 \\
E_t[(\frac{\frac{C_{Ts}}{aQ_s^c}}{\frac{C_{Ts+1}}{aQ_{s+1}^c}})^{\frac{1}{\gamma}} \frac{Q_s^c}{Q_{s+1}^c}\beta(1+r_{s+1}))] &= 1 \\
E_t[(\frac{C_{Ts}Q_{s+1}^c}{C_{Ts+1}Q_s^c})^{\frac{1}{\gamma}} \frac{Q_s^c}{Q_{s+1}^c}\beta(1+r_{s+1}))] &= 1 \\
E_t[(\frac{C_{Ts}}{C_{Ts+1}})^{\frac{1}{\sigma}} (\frac{Q_s^c}{Q_{s+1}^c})^{1-\frac{1}{\gamma}}\beta(1+r_{s+1}))] &= 1
\end{aligned}
$$

Ako uvedemo smenu $P_s = Q_s^{c^{1-a}}$:

$$
E_t[(\frac{C_{Ts}}{C_{Ts+1}})^{\frac{1}{\gamma}} (\frac{P_s}{P_{s+1}})^{(1-a)(1-\frac{1}{\gamma})} \beta(1+r_{s+1}))] = 1 \tag{1.150}
$$

Primenimo ponovo metod Campbell et al. (1997). Pretpostavimo log normalnu raspodelu bruto svetske kamatne stope $(1+r_{s+1})$, rasta potrošnje razmenljivih dobara $(\Delta c_{Ts+1} = \log C_{Ts+1} - \log C_{Ts})$ i promene cene nerazmenljivih dobara u razmenljivim $(\Delta p_{s+1} = \log P_{s+1} - \log P_s)$. Takođe, pretpostavimo da su varijable uslovno homoskedastične tj. da su njihove varijanse i kovarijanse konstantne. Tada je loglinearizovana Ojlerova jednačina:

$$
\begin{aligned}
0 &= E_t[\log\beta + \log(1+r_{s+1}) - \frac{1}{\gamma}(\log C_{Ts+1} - \log C_{Ts}) - \\
&\quad -(1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})(\log P_{t+1} - \log P_t)] + \frac{1}{2}var[\log\beta + \log(1+r_{s+1}) - \\
&\quad -\frac{1}{\gamma}(\log C_{Ts+1} - \log C_{Ts}) - (1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\log P_{t+1} - \log P_t)]
\end{aligned}
$$

Ukoliko u gornjem izrazu koristimo aproksimaciju $\log(1+r_{s+1}) \approx r_{s+1}$ izraz postaje:

$$
\begin{aligned}
0 &= \log\beta + E_t[r_{s+1} - \frac{1}{\gamma}\Delta c_{Ts+1} - (1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\Delta p_{s+1}] + \\
&\quad +\frac{1}{2}var[\log\beta + r_{s+1} - \frac{1}{\gamma}\Delta c_{Ts+1} - (1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\Delta p_{s+1}] \\
&= \log\beta + E_t[r_{s+1} - (1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\Delta p_{s+1} - \frac{1}{\gamma}\Delta c_{Ts+1}] + \frac{1}{2}[0 + \sigma_r^2 + (\frac{1}{\gamma})^2\sigma_{c_T}^2 + \\
&\quad +(1-a)^2(\frac{\gamma-1}{\gamma})^2\sigma_p^2 - 2\frac{1}{\gamma}\sigma_{r,c_T} - 2(1-a)\sigma_{r,p} + 2\frac{1}{\gamma}(1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\sigma_{c_T,p}]
\end{aligned}
$$

Očekivana promena potrošnje $E_t(\Delta c_{s+1})$ može se zapisati kao:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\gamma}E_t(\Delta c_{Ts+1}) &= \log\beta + E_t[r_{s+1} - (1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\Delta p_{s+1}] + \frac{1}{2}[0 + \sigma_r^2 + (\frac{1}{\gamma})^2\sigma_{c_T}^2 + \\ &+(1-a)^2(\frac{\gamma-1}{\gamma})^2\sigma_p^2 - 2\frac{1}{\gamma}\sigma_{r,c_T} - 2(1-a)\sigma_{r,p} + \\ &+2\frac{1}{\gamma}(1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\sigma_{c_T,p}]\end{aligned}$$

odnosno,

$$\begin{aligned}E_t(\Delta c_{Ts+1}) &= \gamma\log\beta + E_t[\gamma r_{s+1} - \gamma(1-a)(\frac{\gamma-1}{\gamma})\Delta p_{s+1}] + \\ &+\frac{1}{2}[\gamma\sigma_r^2 + \frac{1}{\gamma}\sigma_{c_T}^2 + \gamma(1-a)^2(\frac{\gamma-1}{\gamma})^2\sigma_p^2 - \\ &-2\sigma_{r,c_T} - 2\gamma(1-a)\sigma_{r,p} + 2(\frac{\gamma-1}{\gamma})(1-a)\sigma_{c_T,p}]\end{aligned}$$

Kako su varijanse i izraz $\gamma\log\beta$ konstantni, oni neće bti uključeni u finalno rešenje s obzirom da su varijable u empirijskoj analizu uključene u vidu odstupanja od srednjih vrednosti u uzorku:

$$E_t(\Delta c_{Ts+1}) = E_t[\gamma r_{s+1} + (1-\gamma)(1-a)\Delta p_{s+1}] \tag{1.151}$$

Sada Ojlerovu jednačinu (1.151) možemo uključiti u linearizovano budžetsko ograničenje (1.146) i uzeti očekivanja od tog izraza da bismo dobili jednačinu tekućeg računa:

$$\begin{aligned}q_t^x + no_t^x - \frac{1}{\Omega}c_{Tt} - (1-\frac{1}{\Omega})b_t &= E_t\sum_{s=t+1}^{\infty}\beta^{s-t}(-\Delta no_s^x - \Delta q_s^x - (1-\frac{1}{\Omega})r_s + \frac{1}{\Omega}\Delta c_{Ts}) \\ q_t^x + no_t^x - \frac{1}{\Omega}c_{Tt} - (1-\frac{1}{\Omega})b_t &= -E_t\sum_{s=t+1}^{\infty}\beta^{s-t}(\Delta no_s^x + \Delta q_s^x + (1-\frac{1}{\Omega})r_s - \\ &-\frac{1}{\Omega}\gamma r_s - \frac{1}{\Omega}(1-\gamma)(1-a)\Delta p_s)\end{aligned}$$

Ako pretpostavimo da je $\Omega = 0$, što je slučaj ukoliko neto strana aktiva B u dugom roku teži 0, tada se gornji izraz pojednostavljuje:

$$q_t^x + no_t^x - \frac{1}{\Omega}c_{Tt} = -E_t\sum_{s=t+1}^{\infty}\beta^{s-t}(\Delta no_s^x + \Delta q_s^x - \gamma r_s - (1-\gamma)(1-a)\Delta p_s)$$

Pri čemu izraz sa leve strane jednačine predstavlja tekući račun CA_t^* :

$$\begin{aligned}CA_t^* &= -E_t\sum_{s=t+1}^{\infty}\beta^{s-t}(\Delta no_s^x + \Delta q_s^x - \gamma r_s - (1-\gamma)(1-a)\Delta p_s) \\ &= -E_t\sum_{s=t+1}^{\infty}\beta^{s-t}(\Delta no_s^x + \Delta q_s^x - \gamma r_s^*) \qquad (1.152)\end{aligned}$$

Sad osim ranije predstavljenih efekata promena neto BDP-a, realne kamatne stope i deviznog kursa na tekući račun utiču i odnosi razmene.[29] Očekivano poboljšane odnosa razmene (Δq_s^x) povećava sadašnju vrednost budućeg dohotka, što vodi povećanju potrošnje i pogoršanju tekućeg računa. Primetimo da promene odnosa razmene ne utiču na odluke potrošača o putanji očekivane potrošnje (ne nalaze se u Ojlerovoj jednačini) kao što je to slučaj sa deviznim kursom i kamatnom stopom. Takođe, kao i permanentni šokovi u proizvodnji, permanentni šokovi u odnosima razmene nemaju uticaj na tekući račun.

2 Modeli šokova u produktivnosti

U svim modelima predstavljenim u prethodnom odeljku tekući račun odslikava kretanje agregatne potrošnje, odnosno štednje. Međutim, kako tekući račun predstavlja razliku između štedje i investicija (koje čine najvolatilniju komponentu BDP-a) inkorporiranje investicija u intertemporalni model može da poboljša ocenu modela (Glick i Rogoff, 1995, Gruber, 2002). Uz to, pristupi se razlikuju i u načinu formiranja očekivanog dohotka. Za razliku od egzogene neto proizvodnje u modelima sadašnje vrednosti pristup šokova u produktivnosti pretpostavlja da su proizvodnja i investicije endogeni, određeni šokovima u produktivnosti. Prednost pristupa je i mogućnost razdvajanja uticaja domaćih i globalnih šokova na tekući račun, što u prethodno izloženim modelima nije bio slučaj.

Proizvodnja

Model kombinuje proizvodnu funkciju i problem optimizacije firme koja maksimizira profit sa produktivnošću kako bi odredio optimalnu proizvodnju i investicije (komponente neto proizvodnje). U ovoj grupi modela proizvodnja je određena pomoću funkcije koja inkorporira troškove promene kapitalnog stoka, a ponuda rada je savršeno neelastična:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} - \frac{g}{2}\frac{I_t^2}{K_t} \tag{2.1}$$

gde su investicije I_t jednake promeni kapitalnog stoka umanjenoj za amortizaciju, $I_t = K_{t+1} - (1-\xi)K_t$, A_t je nivo produktivnosti, a parametar g predstavlja troškove promene nivoa kapitalnog stoka. Linearizovanjem oko ravnotežnog stanja pomoću Tejlorove aproksimacije prvog reda jednačinu proizvodnje je moguće zapisati kao:

[29] Zbog hipoteze o permanentnom dohotku samo privremeni šokovi u odnosima razmene pogađaju tekući račun, jer samo oni utiču na optimalno raspoređivanje potrošnje u vremenu. Za alternativni pristup koji uključuje i permanentne šokove videti rad Svensson i Razin (1983).

$$\begin{aligned}
Y_t &\approx \bar{A}\bar{K}^{\alpha} - \frac{g}{2}\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}} + (\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}^2})(K_t - \bar{K}) + \bar{K}^{\alpha}(A_t - \bar{A}) + (-\frac{g}{2}\frac{2\bar{I}}{\bar{K}})(I_t - \bar{I}) \\
&\approx \bar{A}\bar{K}^{\alpha} - \frac{g}{2}\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}} + \alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1}K_t + \frac{g}{2}\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}^2}K_t - \alpha\bar{A}\bar{K} - \frac{g}{2}\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}} + A_t\bar{K}^{\alpha} - \bar{A}\bar{K}^{\alpha} - g\frac{\bar{I}}{\bar{K}}I_t + \\
&\quad +g\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}} \\
&\approx \alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1}K_t + \frac{g}{2}\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}^2}K_t - \alpha\bar{A}\bar{K} + A_t\bar{K}^{\alpha} - g\frac{\bar{I}}{\bar{K}}I_t
\end{aligned}$$

Kako je $I_t = K_{t+1} - (1-\xi)K_t$, onda je $\bar{I} = \bar{K} - (1-\xi)\bar{K} = \xi\bar{K}$. To pojednostavljuje gornji izraz:

$$\begin{aligned}
Y_t &\approx \alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1}K_t + \frac{g}{2}\xi^2 K_t + \bar{K}^{\alpha}A_t - \alpha\bar{A}\bar{K} - g\xi I_t \\
&\approx -g\xi I_t + [\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\xi^2]K_t + \bar{K}^{\alpha}A_t - \alpha\bar{A}\bar{K} \\
&\approx -g\xi I_t + [\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\xi^2]K_t + \bar{K}^{\alpha}A_t + c
\end{aligned}$$

gde gornja crta predstavlja ravnotežnu vrednost varijable. Dakle, Tejlorova aproksimacija daje sledeću relaciju:

$$Y_t = -g\xi I_t + [\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\xi^2]K_t + \bar{K}^{\alpha}A_t \tag{2.2}$$

ili

$$Y_t = \phi_1 I_t + \phi_2 K_t + \phi_3 A_t \tag{2.3}$$

gde je $\phi_1 = -g\xi$, $\phi_2 = \alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\xi^2$, a $\phi_3 = \bar{K}^{\alpha}$. Ova relacija pokazuje da je proizvodnja u periodu t je funkcija investicija, kapitalnog stoka i produktivnosti. Rast investicija deluje negativno na proizvodnju u tekućem periodu usled troškova vezanih za promenu kapitalnog stoka, dok porast kapitalnog stoka i produktivnosti povećavaju proizvodnju. Dakle, teorijske vrednosti parametara ϕ su $\phi_1 < 0$, $\phi_2 > 0$ i $\phi_3 > 0$.

Investicije

Investicije u modelu rezultiraju iz uslova profitne maksimizacije firme. Firma bira onaj tok investicija $\{I_t\}$ koji maksimizira sadašnju vrednost profita (tj. razliku proizvodnje i investicija uvećanih za troškove promene kapitalnog stoka) diskontovanog svetskom kamatnom stopom:

$$\max V = \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t[A_t K_t^{\alpha} - I_t - \frac{g}{2}\frac{I_t^2}{K_t}] \tag{2.4}$$

uz ograničenje koje se odnosi na akumulaciju kapitala:

$$K_{t+1} = (1-\xi)K_t + I_t \tag{2.5}$$

Rešavanje problema optimizacije sledi pristup koji je formulisao Sharpio (1986). Lagranžijan ovog problema se može zapisati kao:

$$L = \sum_{s=t}^{\propto} (\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t[A_t K_t^{\alpha} - I_t - \frac{g}{2}\frac{I_t^2}{K_t}] - q_t(K_{t+1} - (1-\xi)K_t - I_t)$$

gde je q_t Lagranžov multiplikator ili implicitna cena kapitala (engl. *shadow price of capital*). Uslovi prvog reda problema maksimizacije firme su:

$$\frac{\partial V}{\partial K_{t+1}} = \frac{1}{1+r} E_t[\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\frac{I_{t+1}^2}{K_{t+1}^2} + (1-\xi)q_{t+1}] - q_t = 0$$

i

$$\frac{\partial V}{\partial I_t} = -1 - g\frac{I_t}{K_t} + q_t = 0$$

Ukoliko uvedemo smenu $q_t = 1 + g\frac{I_t}{K_t}$ u prvi uslov, on se može zapisati kao:

$$E_t \frac{1}{1+r}[\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\frac{I_{t+1}^2}{K_{t+1}^2} + (1-\xi)(1 + g\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}})] = 1 + g\frac{I_t}{K_t}$$

Tejlorovom aproksimacijom prvog reda oko ravnotežnog stanja dobija se:

$$\begin{aligned} & E_t\{[\alpha \bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}^2} + (1-\xi)(1+g\frac{\bar{I}}{\bar{K}})] + [\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-2} - g\frac{\bar{I}^2}{\bar{K}^3} - \\ & -(1-\xi)g\frac{\bar{I}}{\bar{K}^2}](K_{t+1} - \bar{K}) + \alpha\bar{K}^{\alpha-1}(A_{t+1} - \bar{A}) + [\frac{g}{2}\frac{2\bar{I}}{\bar{K}^2} + (1-\xi)\frac{g}{\bar{K}}](I_{t+1} - \bar{I})\} \\ = \; & (1+r)[(1+g\frac{\bar{I}}{\bar{K}}) + \frac{g}{\bar{K}}(I_t - \bar{I}) - g\frac{\bar{I}}{\bar{K}^2}(K_t - \bar{K})] \end{aligned} \tag{2.6}$$

Ako se uvede uslov akumulacije kapitala koji je u ravnoteži $\bar{I} = \bar{K} - (1-\xi)\bar{K} = \xi\bar{K}$,i investicije predstave kao $I_t = K_{t+1} - (1-\xi)K_t$, izraz (2.6) postaje:

$$\begin{aligned} & [\frac{g}{2}\xi^2 + (1-\xi)(1+g\xi)] + E_t[\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-2} - g\frac{\xi^2}{\bar{K}} - \\ & (1-\xi)g\frac{\xi}{\bar{K}}](K_{t+1} - \bar{K}) + E_t\alpha\bar{K}^{\alpha-1}A_{t+1} + E_t[g\frac{\xi}{\bar{K}} + (1-\xi)\frac{g}{\bar{K}}] \\ & (K_{t+2} - (1-\xi)K_{t+1} - \xi\bar{K} + \bar{K} - \bar{K}) \\ = \; & (1+r)[(1+g\xi) + \frac{g}{\bar{K}}(K_{t+1} - (1-\xi)K_t - \xi\bar{K} + \bar{K} - \bar{K}) - g\frac{\xi}{\bar{K}}(K_t - \bar{K})] \end{aligned} \tag{2.7}$$

Ukoliko se sa K_t^* obeleži odstupanje kapitalnog stoka od ravnotežnog, $K_t^* = K_t - \bar{K}$, izraz (2.7) postaje:

$$\begin{aligned} & [\frac{g}{2}\xi^2 + (1-\xi)(1+g\xi)] + E_t[\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-2} - g\frac{\xi^2}{\bar{K}} - (1-\xi)\frac{g\xi}{\bar{K}}](K_{t+1}^*) + \\ & +\alpha\bar{K}^{\alpha-1}E_tA_{t+1} + E_t[\frac{g}{\bar{K}}(K_{t+2}^* - (1-\xi)K_{t+1}^*)] \\ = \; & (1+r)[(1+g\xi) + \frac{g}{\bar{K}}(K_{t+1}^* - (1-\xi)K_t^*) - g\frac{\xi}{\bar{K}}(K_t^*)] \end{aligned}$$

tj. kada se grupišu izrazi uz svako K_s^*:

$$\begin{aligned}
& [\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-2} - g\frac{\xi^2}{\bar{K}} - (1-\xi)\frac{g\xi}{\bar{K}}]E_t(K_{t+1}^*) + \frac{g}{\bar{K}}E_t(K_{t+2}^* - (1-\xi)K_{t+1}^*) - \\
& -(1+r)\frac{g}{\bar{K}}E_t(K_{t+1}^* - K_t^*) \\
= \; & -\alpha\bar{K}^{\alpha-1}E_tA_{t+1} - [\frac{g}{2}\xi^2 + (1-\xi)(1+g\xi)] + (1+r)[(1+g\xi)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-2} - \frac{g\xi}{\bar{K}} - (1-\xi)\frac{g}{\bar{K}} - (1+r)\frac{g}{\bar{K}}]E_t(K_{t+1}^*) + \frac{g}{\bar{K}}E_t(K_{t+2}^*) + \\
& +(1+r)\frac{g}{\bar{K}}K_t^* \\
= \; & -\alpha\bar{K}^{\alpha-1}E_tA_{t+1} - [\frac{g}{2}\xi^2 + (1-\xi)(1+g\xi)] + (1+r)(1+g\xi)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-2} - \frac{g}{\bar{K}} - (1+r)\frac{g}{\bar{K}}]E_t(K_{t+1}^*) + \frac{g}{\bar{K}}E_t(K_{t+2}^*) + (1+r)\frac{g}{\bar{K}}K_t^* \\
= \; & -\alpha\bar{K}^{\alpha-1}E_tA_{t+1} - [\frac{g}{2}\xi^2 + (1-\xi)(1+g\xi)] + (1+r)(1+g\xi)
\end{aligned}$$

Ukoliko se gornji izraz sada pomnoži sa $\frac{\bar{K}}{g}$:

$$\begin{aligned}
& [\frac{\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1}}{g} - (2+r)]E_t(K_{t+1}^*) + E_t(K_{t+2}^*) + (1+r)K_t^* \\
= \; & -\frac{\alpha\bar{K}^{\alpha}}{g}E_tA_{t+1} - [\frac{\bar{K}}{2}\xi^2 + \frac{(1-\xi)(1+g\xi)\bar{K}}{g})] + \frac{(1+r)(1+g\xi)}{g}\bar{K}
\end{aligned}$$

Leva strana se može zapisati pomoću operatora docnje L ($LK_t = K_{t+1}$) kao (uz korišćenje ravnotežnog uslova po kome je $\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} - (\frac{g}{2}\xi^2) = (r+\xi)(1+g\xi)$):

$$[1 + [\frac{\alpha(\alpha-1)\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1}}{g} - (2+r)]L + (1+r)L^2]K_{t+2}^* = \frac{\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha}}{g} - \frac{\alpha\bar{K}^{\alpha}}{g}E_tA_{t+1}$$

Ako sa λ_1i λ_2 obeležimo rešenja gornje kvadratne jednačine, ona postaje:

$$[(1-\lambda_1L)(1-\lambda_2L)]K_{t+1}^* = \frac{\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha}}{g} - \frac{\alpha\bar{K}^{\alpha}}{g}E_tA_{t+1}$$

Gde su λ_1i λ_2 koreni polinoma takvi da važi $0 < \lambda_1 < 1$ i $\lambda_2 > 1$. Rešavajući gornju jednačinu po K_t^*:

$$[(1-\lambda_1L)]K_t^* = \frac{1}{(1-\lambda_2L)}\frac{\alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha}}{g} - \frac{1}{(1-\lambda_2L)}\frac{\alpha\bar{K}^{\alpha}}{g}E_{t-1}A_t$$

tj:

$$K_t^* = \lambda_1 K_{t-1}^* + \frac{1}{(1-\lambda_2 L)} \frac{\alpha \bar{A} \bar{K}^\alpha}{g} + \frac{\alpha \bar{K}^\alpha}{g} \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^{s-t+1} E_{t-1} A_s \tag{2.8}$$

Kako je $I_t = K_{t+1}^* - (1-\xi)K_t^*$, iz gornje relacije sledi:

$$\begin{aligned} I_t \quad = \quad & (\lambda_1 K_t^*) + \frac{1}{(1-\lambda_2 L)} \frac{\alpha \bar{A} \bar{K}^\alpha}{g} + \frac{\alpha \bar{K}^\alpha}{g} \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^{s-t+1} E_t A_{s+1} - \\ & (1-\xi)(\lambda_1 K_{t-1}^*) - (1-\xi) \frac{1}{(1-\lambda_2 L)} \frac{\alpha \bar{A} \bar{K}^\alpha}{g} - (1-\xi) \frac{\alpha \bar{K}^\alpha}{g} \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^{s-t+1} E_{t-1} A_s \end{aligned}$$

tj.

$$I_t = \lambda_1 (K_t^* - (1-\xi) K_{t-1}^*) + \xi \frac{1}{(1-\lambda_2 L)} \frac{\alpha \bar{A} \bar{K}^\alpha}{g} + \frac{\alpha \bar{K}^\alpha}{g \lambda_2} \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^{s-t} [E_t A_{s+1} - (1-\xi) E_{t-1} A_s] \tag{2.9}$$

Dakle, rešavanjem problema maksimizacije po K i uzimanjem prve diference rešenja, investicije je moguće predstaviti kao funkciju njihove prethodne vrednosti, očekivane promene produktivnosti i konstante:

$$I_t = \lambda_1 I_{t-1} + \frac{\alpha \bar{K}^\alpha}{g \lambda_2} \{ \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^{s-t} [E_t A_{s+1} - (1-\xi) E_{t-1} A_s] \} + c \tag{2.10}$$

gde parameter λ_1 uzima vrednost između 0 i 1, a parametar λ_2 je strogo veći od 1. Investicije zavise od nihove prethodne vrednosti zbog torškova prilagođavanja kapitalnog stoka. Drugi deo izraza sa desne strane pokazuje da investicije zavise i od promene očekivanog kretanja produktivnosti, pošto se kapitalni stok prilagođava kako bi se marginalni proizvod kapitala izjednačio sa svetskom kamatnom stopom.

Produktivnost

Produktivnost je egzogena u modelu i sledi $AR(1)$ proces:

$$A_t = \rho A_{t-1} + \eta_t \tag{2.11}$$

gde A_t predstavlja produktivnost, η_t je slučajna greška koja je identično i nezavisno raspoređena, a AR parametar ρ uzima vrednosti u intervalu $[0, 1]$ i određuje perzistentnost šokova u produktivnosti. Ako je $\rho = 1$, produktivnost sledi slučajni hod, i tada svi šokovi permanentno pogađaju nivo produktivnosti A. Ukoliko je $\rho = 0$ šokovi u produktivnosti nemaju efekat na nivo investicija. Ukoliko se funkcija produktivnosti zameni u izrazu za investicije (2.10) i uzmu očekivanja dobija se sledeća jednačina:

$$\begin{aligned}
I_t &= \lambda_1 I_{t-1} + \frac{\alpha \bar{K}^{\alpha}}{g\lambda_2} \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{\lambda_2})^{s-t} [E_{t-1}A_{s+1} - (1-\xi)E_{t-1}A_s] + c \\
&= \lambda_1 I_{t-1} + \frac{\alpha \bar{K}^{\alpha}}{g\lambda_2} \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{\rho}{\lambda_2})^{s-t} [\rho A_t - (1-\xi)\rho A_{t-1}] + c \\
&= \lambda_1 I_{t-1} + \frac{\alpha \bar{K}^{\alpha}}{g\lambda_2} [(\frac{\rho}{1-\frac{\rho}{\lambda_2}})[A_t - A_{t-1} + \xi A_{t-1}] + c \\
&= \lambda_1 I_{t-1} + \frac{\alpha \bar{K}^{\alpha}}{g\lambda_2} [(\frac{\lambda_2 \rho}{\lambda_2 - \rho})[A_t - A_{t-1} + \xi A_{t-1}] + c \\
&= \lambda_1 I_{t-1} + \frac{\alpha \bar{K}^{\alpha}}{g} \frac{\rho}{\lambda_2 - \rho} (\Delta A_t + \xi A_{t-1}) + c
\end{aligned}$$

ili jednostavnije (konstanta je, kao i u prethodnom odeljku, eliminisana usled načina konstrukcije podataka):

$$I_t = \lambda_1 I_{t-1} + \theta \Delta A_t + \theta \xi A_{t-1} \tag{2.12}$$

Elementi sa desne strane jednačine ukazuju da su investicije određene njihovim nivoom iz prethodng perioda, promenom produktivnosti i nivoom produktivnosti iz prethodnog perioda. Kao i ranije λ_1 uzima vrednost između 0 i 1, a $\theta > 0$ jer rast produktivnosti pozitivno utiče na nivo investicija. Kako je $\theta = \frac{\alpha \bar{K}^{\alpha}}{g} \frac{\rho}{\lambda_2 - \rho}$ jasno je da sa povećanjem perzistentnost šoka produktivnosti (ρ) raste njegov efekat na nivo investicija.

Potrošnja

Da bi se izveo tekući račun neophodno je prikazati i potrošnju kao funkciju šokova u produktivnosti. Rešavanjem problema maksimizacije korisnosti uz standardno budžetsko ograničenje i pretpostavku kvadratne funkcije korisnosti potrošnja je u modelu sa navikama predstavljena sledećim izrazom (videti model sa neseparabilnom funkcijom korisnosti koji je formulisao Gruber, 2004 za izvođenje funkcije potrošnje):

$$C_t = \delta C_{t-1} + (1 - \frac{\delta}{(1+r)})(\frac{r}{1+r})[(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t NO_s] \tag{2.13}$$

gde je δ parametar navika. Potrošnja zavisi od njenog prethodnog nivoa, otplate kamata na postojeći dug i očekivane neto proizvodnje. Usled formiranja navika potrošnja se postepeno prilagođava promenama permanentnog dohotka. Promenu potrošnje je moguće zapisati kao:

$$\Delta C_t = \delta \Delta C_{t-1} + (1 - \frac{\delta}{(1+r)})(\frac{r}{1+r}) \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t - E_{t-1}) NO_s$$

Ako se sa NO_t predstavi razlika između proizvodnje i investicija i koristi ranije izvedeni rezultat po kome je proizvodnja funkcija investicija, kapitala i produktivnosti (2.3) promena potrošnje postaje:

$$\Delta C_t = \delta \Delta C_{t-1} + (1 - \frac{\delta}{(1+r)})(\frac{r}{1+r}) \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t - E_{t-1})((\phi_1 - 1) I_s + \phi_2 K_s + \phi_3 A_s) \tag{2.14}$$

Da bi se potrošnja prikazala kao funkcija produktivnosti, komponente NO je potrebno iskazati u funkciji produktivnosti. To znači da je potrebno naći razliku očekivanja tri komponente poslednjeg izraza sa desne strane jednačine (2.14). Promene očekivanja produktivnosti se može zapisati kao:

$$\sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t - E_{t-1}) A_t = \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{\rho}{1+r})^{s-t} (A_t - \rho A_{t-1}) = \frac{1+r}{1+r-\rho} (A_t - \rho A_{t-1}) \tag{2.15}$$

Razlika u očekivanjima investicija od perioda $t-1$ i t je:

$$\begin{aligned} & \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t - E_{t-1}) I_s \\ = & \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t(I_s) - E_{t-1}(I_s)) \\ = & E_t(I_t) + \frac{1}{1+r} E_t(I_{t+1}) + (\frac{1}{1+r})^2 E_t(I_{t+2}) + .. - E_{t-1}(I_t) - \frac{1}{1+r} E_{t-1}(I_{t+1}) - \\ & -(\frac{1}{1+r})^2 E_{t-1}(I_{t+2}) - ... \end{aligned}$$

Zamenom jednačine investicija (2.12) izraz se može zapisati kao:

$$\begin{aligned} & \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} (E_t - E_{t-1}) I_s \qquad (2.16) \\ = & \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} \{E_t(\lambda_1 I_{s-1} + \theta \Delta A_s + \xi \theta A_{s-1}) - E_{t-1}(\lambda_1 I_{s-1} + \theta \Delta A_s + \xi \theta A_{s-1})\} \\ = & \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t(\lambda_1 I_{s-1}) + \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} \theta E_t(A_s - A_{s-1} + \xi A_{s-1}) - \\ & - \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} E_{t-1}(\lambda_1 I_{s-1}) - \sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} \theta E_{t-1}(A_s - A_{s-1} + \xi A_{s-1}) \end{aligned}$$

Prvi izraz sa desne strane (2.16), $\sum_{s=t}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t} E_t(\lambda_1 I_{s-1})$, može se zapisati kao:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(\lambda_1 I_{s-1}) &= \lambda_1[E_t(I_{t-1})+\frac{1}{1+r}E_t(I_t)+(\frac{1}{1+r})^2E_t(I_{t+1})+...] \\ &= \lambda_1 I_{t-1}+\frac{1}{1+r}\lambda_1E_t(I_t)+(\frac{1}{1+r})^2\lambda_1E_t(I_{t+1})+... \\ &= \lambda_1 I_{t-1}+\lambda_1\frac{1}{1+r}[E_t(I_t)+\frac{1}{1+r}E_t(I_{t+1})+...] \\ &= \lambda_1 I_{t-1}+\lambda_1\frac{1}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(I_s)\end{aligned} \tag{2.17}$$

Po analogiji treći izraz sa desne strane (2.16), $\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_{t-1}(\lambda_1 I_{s-1})$, postaje:

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_{t-1}(\lambda_1 I_{s-1})=\lambda_1 I_{t-1}+\lambda_1\frac{1}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_{t-1}(I_s) \tag{2.18}$$

Produktivnost sledi $AR(1)$ proces, pa se njena očekivana vrednost može zapisati kao $E_tA_t=\rho A_{t-1}$. Koristeći to svojstvo, drugi izraz sa desne strane (2.16) može se zapisati kao:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_t(A_s-(1-\xi)A_{s-1}) &= \theta(A_t-(1-\xi)A_{t-1})+(\frac{1}{1+r})\theta[\rho A_t- \\ &\quad -(1-\xi)A_t]+(\frac{1}{1+r})^2\theta[\rho^2A_t-\rho(1-\xi)A_t]+...\end{aligned} \tag{2.19}$$

Slično, četvrti izraz sa desne strane (2.16) se može razložiti kao:

$$\begin{aligned}-\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_{t-1}(A_s-(1-\xi)A_{s-1}) &= -\theta(\rho A_{t-1}-(1-\xi)A_{t-1})- \\ &\quad -(\frac{1}{1+r})\theta[\rho^2A_{t-1}-\rho(1-\xi)A_t]- \\ &\quad -(\frac{1}{1+r})^2\theta[\rho^3A_t-\rho^2(1-\xi)A_t]-...\end{aligned} \tag{2.20}$$

Ukoliko saberemo izraze (2.19) i (2.20):

$$\begin{aligned}
& \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_t(A_s-(1-\xi)A_{s-1})-\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_{t-1} \\
& (A_s-(1-\xi)A_{s-1}) \\
= & \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta(E_t(A_s)-E_{t-1}(A_s))-\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta(1-\xi) \\
& (E_t(A_{s-1})-E_{t-1}(A_{s-1})) \\
= & \theta\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{\rho}{1+r})^{s-t}(A_t-\rho A_{t-1})-\theta\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{\rho}{1+r})^{s-t}\frac{1}{\rho}(1-\xi)(A_t-\rho A_{t-1}) \\
= & \theta(A_t-\rho A_{t-1})+\theta\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{\rho}{1+r})^{s-t}(A_t-\rho A_{t-1})-\theta\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{\rho}{1+r})^{s-t}\frac{1}{\rho}(1-\xi) \\
& (A_t-\rho A_{t-1}) \\
= & \theta(A_t-\rho A_{t-1})+\theta\frac{\rho}{1+r}\frac{1}{1-\frac{\rho}{1+r}}(A_t-\rho A_{t-1})-\theta\frac{1-\xi}{\rho}\frac{\rho}{1+r}\frac{1}{1-\frac{\rho}{1+r}} \\
& (A_t-\rho A_{t-1}) \\
= & \theta(A_t-\rho A_{t-1})[1+\frac{\rho}{1+r}\frac{1+r}{1+r-\rho}-\frac{\rho}{1+r-\rho}\frac{1-\xi}{\rho}] \\
= & \theta(A_t-\rho A_{t-1})[1+\frac{\rho-1+\xi}{1+r-\rho}]
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Vraćajući izvedene relacije (2.17), (2.18), (2.19) i (2.20) u (2.16) izraz $\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})I_s$ postaje:

$$\begin{aligned}
\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})I_s \;=\; & \lambda_1 I_{t-1}+\lambda_1\frac{1}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(I_s)+ \\
& +\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_t(A_s-(1-\xi)A_{s-1})- \\
& -\lambda_1 I_{t-1}-\lambda_1\frac{1}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_{t-1}(I_s)- \\
& -\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_{t-1}(A_s-(1-\xi)A_{s-1})
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Kako je $I_s=\lambda_1 I_{s-1}+\theta(A_s-(1-\xi)A_{s-1})$ prema (2.12), zamenjujući tu relaciju u drugi i peti izraz sa desne strane jednačine (2.22), ona postaje:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})I_s &= \lambda_1\frac{1}{1+r}[\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(\lambda_1 I_{s-1})+\\ &+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_t(A_s-(1-\xi)A_{s-1})]+\\ &+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_t(A_s-(1-\xi)A_{s-1})-\\ &-\lambda_1\frac{1}{1+r}[\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_{t-1}(\lambda_1 I_{s-1})+\\ &+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_{t-1}(A_s-(1-\xi)A_{s-1})]-\\ &-\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_{t-1}(A_s-(1-\xi)A_{s-1})\end{aligned}$$

odnosno, daljim zamenama:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})I_s &= (1+\lambda_1\frac{1}{1+r}+...)[\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_t \\ &(A_s-(1-\xi)A_{s-1})-(\frac{1}{1+r})^{s-t}\theta E_{t-1}(A_s-(1-\xi)A_{s-1})]\end{aligned} \tag{2.23}$$

Prvi činilac izraza sa desne strane (2.23) je beskonačan geometrijski red, dok je drugi izračunat ranije, pa se zamenom dobija konačni izraz za razliku očekivanih investicija:

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})I_s=\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}\theta(A_t-\rho A_{t-1})[1+\frac{\rho-1+\xi}{1+r-\rho}] \tag{2.24}$$

Kako je $K_{t+1}=(1\text{-}\xi)K_t+I_t$ razlika u očekivanjima kapitala od perioda $t-1$ i t može se predstaviti kao:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})K_s &= \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(1-\xi)(E_t-E_{t-1})K_{s-1}+\\ &+\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_{s-1})\end{aligned} \tag{2.25}$$

Prvi izraz sa desne strane (2.25) može se zapisati kao:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(1-\xi)(E_t-E_{t-1})K_{s-1} &= (1-\xi)(E_t-E_{t-1})K_{t-1}+\frac{1}{1+r}(1-\xi)\\ &\quad (E_t-E_{t-1})K_t+(\frac{1}{1+r})^2(1-\xi)\\ &\quad (E_t-E_{t-1})K_{t+1}+...\\ &= \frac{1}{1+r}(1-\xi)\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})K_s\end{aligned}$$

Drugi izraz sa desne strane (2.25) može se zapisati kao:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_s) &= (E_t-E_{t-1})I_t+\frac{1}{1+r}(E_t-E_{t-1})I_{t+1}+.. \\ &= \frac{1}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_s)\end{aligned} \tag{2.26}$$

Zamenom (2.24) u gornju jednačinu (2.26) ona postaje:

$$\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_s)=\frac{1}{1+r}\theta\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}[1+\frac{\rho-1+\xi}{1+r-\rho}](A_t-\rho A_{t-1})$$

Sada razlika u očekivanjima kapitala postaje:

$$\begin{aligned}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})K_s &= \frac{1}{1+r}(1-\xi)\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})K_s+\\ &\quad +\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_s)\\ &= \frac{1}{1+r}(1-\xi)\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(1-\xi)K_{s-1}+\\ &\quad +\frac{1}{1+r}(1-\xi)\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_{s-1})+\\ &\quad +\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_s)\end{aligned} \tag{2.27}$$

Daljim rekurzivnim zamenjivanjem investicija u izrazu (2.27) dobija se geometrijska progresija:

$$
\begin{aligned}
\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})K_s &= (1+\frac{1}{1+r}(1-\xi)+...)\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})(I_s) \\
&= \frac{1}{1-\frac{1-\xi}{1+r}}\frac{1}{1+r}\theta\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}[1+\frac{\rho-1+\xi}{1+r-\rho}](A_t-\rho A_{t-1}) \\
&= \frac{1+r}{1+r-1+\xi}\frac{1}{1+r}\theta\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}[\frac{1+r-\rho+\rho-1+\xi}{1+r-\rho}] \\
&\quad (A_t-\rho A_{t-1}) \\
&= \frac{1}{r+\xi}\theta\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}\frac{r+\xi}{1+r-\rho}(A_t-\rho A_{t-1}) \\
&= \theta\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}\frac{1}{1+r-\rho}(A_t-\rho A_{t-1})
\end{aligned}
$$

Zamenjujući dobijena odstupanja u očekivanjima produktivnosti, investicija i kapitala u izraz za potrošnju dobija se sledeća relacija:

$$
\begin{aligned}
\Delta C_t &= \delta\Delta C_{t-1}+(1-\frac{\delta}{(1+r)})(\frac{r}{1+r})\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t-E_{t-1})((\phi_1-1)I_s+\phi_2K_s \\
&\quad +\phi_3A_s) \\
&= \delta\Delta C_{t-1}+(1-\frac{\delta}{(1+r)})(\frac{r}{1+r})[\phi_3\frac{1+r}{1+r-\rho}+\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}\theta(1+\frac{\rho-1+\xi}{1+r-\rho}) \\
&\quad (\phi_1-1)+\phi_2\theta\frac{1+r}{1+r-\lambda_1}\frac{1}{1+r-\rho}](A_t-\rho A_{t-1}) \\
&= \delta\Delta C_{t-1}+(1-\frac{\delta}{(1+r)})(\frac{r}{1+r})\frac{1+r}{1+r-\rho}[\phi_3+\theta(\frac{1+r-\rho+\rho-1+\xi}{1+r-\lambda_1})(\phi_1-1) \\
&\quad +\phi_2\theta\frac{1}{1+r-\lambda_1}](A_t-\rho A_{t-1}) \\
&= \delta\Delta C_{t-1}+(1-\frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3+\theta\frac{(\phi_1-1)(r+\xi)+\phi_2}{1+r-\lambda_1}](A_t-\rho A_{t-1})
\end{aligned}
$$

Šokovi u produktivnosti imaju pozitivan uticaj na potrošnju. Uz to, povećanje perzistentnisti šokova ili smanjenje stepena navika u potrošnji povećava reakciju potrošnje na šok u tenutku t.

Tekući račun

Da bi se izvela relacija tekućeg računa, kao i ranije, potrebno je poći od identiteta:

$$CA_t = rB_t + Y_t - I_t - C_t$$

Promena tekućeg računa je:

$$CA_t - CA_{t-1} = r(B_t - B_{t-1}) + \Delta Y_t - \Delta I_t - \Delta C_t$$

ili:

$$\Delta CA_t = rCA_{t-1} + \Delta Y_t - \Delta I_t - \Delta C_t \tag{2.28}$$

Jednačine za proizvodnju Y_t, investicije I_t i potrošnju C_t su date u nastavku.

$$\Delta C_t = \delta \Delta C_{t-1} + (1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}](A_t - \rho A_{t-1}) \tag{2.29}$$

$$Y_t = -g\xi I_t + [\alpha \bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\xi^2]K_t + \bar{K}^\alpha A_t$$

Izraz za proizvodnju je uz ravnotežni uslov $(1+g\xi)(r+\xi) = \alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1} + \frac{g}{2}\xi^2$ moguće predstaviti kao:

$$Y_t = -g\xi I_t + [(1+g\xi)(r+\xi)]K_t + \bar{K}^\alpha A_t$$

a njegovu promenu:

$$\Delta Y_t = -g\xi \Delta I_t + [(1+g\xi)(r+\xi)]\Delta K_t + \bar{K}^\alpha \Delta A_t \tag{2.30}$$

Investicije I_t je moguće zapisati kao:

$$I_t = \lambda_1 I_{t-1} + \theta \Delta A_t + \theta\xi A_{t-1}$$

Zamenom jednačina (2.29) i (2.30) u (2.28) moguće je dobiti promenu tekućeg računa kao funkciju šokova produktivnosti:

$$\begin{aligned} \Delta CA_t &= rCA_{t-1} - g\xi\Delta I_t + [(1+g\xi)(r+\xi)]\Delta K_t + \bar{K}^\alpha \Delta A_t - \Delta I_t \\ &\quad -\delta\Delta C_{t-1} + (1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}](A_t - \rho A_{t-1}) \end{aligned} \tag{2.31}$$

Kako je $\Delta K_t = I_{t-1}$, a $\phi_3 = \bar{K}^\alpha$, uz dodavanje i oduzimanje A_{t-1} izraz (2.31) postaje:

$$\begin{aligned} \Delta CA_t &= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} - (1+g\xi)\Delta I_t + [(1+g\xi)(r+\xi)]I_{t-1} + \phi_3 \Delta A_t + \\ &\quad +(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}](\Delta A_t + A_{t-1} - \rho A_{t-1}) \\ &= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} - (1+g\xi)I_t + (1+g\xi)I_{t-1} + [(1+g\xi)(r+\xi)]I_{t-1} + \\ &\quad +[\phi_3 - (1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]\Delta A_t - \\ &\quad -(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}(1-\rho)A_{t-1}) \end{aligned}$$

Ukoliko u gornjoj jednačini zamenimo izraz za investicije, $I_t = \lambda_1 I_{t-1} + \theta \Delta A_t + \theta \xi A_{t-1}$ tada:

$$\begin{aligned}
\Delta CA_t \;=\; & rCA_{t-1} - \delta \Delta C_{t-1} - (1+g\xi)\lambda_1 I_{t-1} + (1+g\xi)I_{t-1} + [(1+g\xi)(r+\xi)]I_{t-1} - \\
& -(1+g\xi)\theta\Delta A_t + [\phi_3 - (1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \\
& \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]\Delta A_t - \\
& -(1+g\xi)\theta\xi A_{t-1} - (1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \\
& \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}(1-\rho)A_{t-1})
\end{aligned}$$

Daljim sređivanjem izraz postaje:

$$\begin{aligned}
\Delta CA_t \;=\; & rCA_{t-1} - \delta \Delta C_{t-1} - (1+g\xi)(1-\lambda_1+r+\xi)I_{t-1} + [\phi_3 - (1+g\xi)\theta - \\
& -(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]\Delta A_t - \\
& +[-(1+g\xi)\theta\xi - (1-\rho)(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \\
& \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]A_{t-1}
\end{aligned}$$

Ili jednostavnije:

$$\Delta CA_t = rCA_{t-1} - \delta \Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 \Delta A_t + \pi_3 A_{t-1} \tag{2.32}$$

gde su koeficijenti π_1, π_2 i π_3 definisani na sledeći način:

$$\pi_1 = (1+g\xi)(1-\lambda_1+r+\xi)$$

$$\pi_2 = \phi_3 - (1+g\xi)\theta - (1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]$$

$$\pi_3 = -(1+g\xi)\theta\xi - (1-\rho)(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]$$

S obzirom da nova metodologija omogućava simultanu ocenu šokova u produktivnosti i tekućeg računa zapis promene tekućeg računa (2.32) je transformisan kako bi se tekući račun izrazio u funkciji šokova:

$$
\begin{aligned}
\Delta CA_t &= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 \Delta A_t + \pi_3 A_{t-1} \\
&= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 (A_t - A_{t-1} + \rho A_{t-1} - \rho A_{t-1}) + \pi_3 A_{t-1} \\
&= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 (A_t - \rho A_{t-1}) + \pi_2(\rho A_{t-1} - A_{t-1}) + \pi_3 A_{t-1} \\
&= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 \eta_t + [\phi_3 - (1+g\xi)\theta - \\
&\quad -(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}](\rho A_{t-1} - A_{t-1}) + \\
&\quad +[-(1+g\xi)\theta\xi - (1-\rho)(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \\
&\quad \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]A_{t-1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta CA_t &= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 \eta_t + [\phi_3 - (1+g\xi)\theta - \qquad (2.33) \\
&\quad -(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}](1-\rho) A_{t-1} + \\
&\quad +[-(1+g\xi)\theta\xi - (1-\rho)(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta \\
&\quad \frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]A_{t-1} \\
&= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 \eta_t + \{-(1-\rho)\phi_3 + (1-\rho)(1+g\xi)\theta + \\
&\quad +(1-\rho)(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1} - \\
&\quad -(1+g\xi)\theta\xi - (1-\rho)(1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}[\phi_3 + \\
&\quad +\theta\frac{(\phi_1 - 1)(r+\xi) + \phi_2}{1+r-\lambda_1}]\}A_{t-1} \\
&= rCA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2 \eta_t + \{-(1-\rho)\phi_3 + \\
&\quad +(1-\rho-\xi)(1+g\xi)\theta)\}A_{t-1}
\end{aligned}
$$

Promena tekućeg računa je funkcija njegove prethodne vrednosti, promene potrošnje, investicija iz prethodnog perioda, šoka i prethodne vrednosti produktivnosti. Dodavanje navika u modelu vodi sporijem prilagođavanju potrošnje na šok u produktivnosti. Sa pozitivnim šokom u produktivnosti tekući dohodak privremeno prevazilazi potrošnju, koja se sporo prilagođava, pa se štednja povećava. Rast štednje delimično poništava negativne efekte porasta investicija na tekući račun. Privremeni šokovi u produktivnosti pogoršavaju tekući račun u manjoj meri od trajnih šokova iz dva razloga. Prvo, potrošnja reaguje manje na povećanje produktivnosti, što znači da se deo dodatne proizvodnje štedi. Drugo, sa smanjenjem perzistentnosti šoka smanjuje se rast investicija tako da pozitivan efekat rasta štednje na tekući račun može da poništi negativne efekte rasta investicija na tekući račun. Pored toga, ukoliko postoje navike u potrošnji (čak iako su šokovi produktivnosti slučajni hod) rast štednje koji sledi pozitivni šok u produktivnosti je veći, s obzirom da se potrošnja sporije prilagođava novom permanentnom nivou. Ukoliko je $\delta, \xi = 0$ efekat šoka produktivnosti na tekući račun identičan je modelu koji su formulisali Glick i Roggof (1995).

Pošto u ravnotežnom stanju marginalni trošak investicija $(\phi_1 - 1)$, mora biti jednak marginalnom prinosu na kapital $\frac{\phi_2}{(r+\xi)}$ uslov optimalnosti investicija je $(\phi_1 - 1)(r + \xi) + \phi_2 = 0$. Uz ovaj uslov koeficijent uz šok produktivnosti postaje:

$$\pi_2 = \phi_3 - (1 + g\xi)\theta - (1 - \frac{\delta}{(1+r)})\frac{r}{1+r-\rho}\phi_3$$

Dakle, ukoliko se model posmatra u ravnotežnom stanju, kada je marginalni trošak povećanja investicija jednak marginalnom prinosu investicija, samo direktan uticaj produktivnosti na proizvodnju (ϕ_3) utiče na povećanje potrošnje i pogoršanje tekućeg računa. Iako rast investicija koji sledi šok u produktivnosti vodi rastu proizvodnje to povećanje ne utiče na permanentni dohodak, s obzirom da se dodatni proizvod troši na otplatu kamata na zajmove kojima su investicije finansirane.

Ukoliko u modelu ne postoje navike $(\delta = 0)$ i ukoliko produktivnost sledi slučajni hod $(\rho = 1)$ teorijska implikacija modela je da je pogoršanje tekućeg računa nakon šoka u produktivnosti veće od rasta investicija. Empirijski rezultati rada Glick i Rogoff (1995) ne potvrđuju ovu teorijsku pretpostaku. Međutim, ukoliko postoje navike u potrošnji i/ili stacionarni šokovi produktivnosti ova pretpostavka više ne mora da važi.

3 Komparativni prikaz alternativnih modela

U prethodnim pododeljcima izložen je način izvođenja alternativnih modela tekućeg računa. Ovaj pododeljak daje kratak pregled modela, sa posebnim osvrtom na razlike među njima u pogledu implikacija koje imaju za kretanje tekućeg računa. Do rešenja za svaki od modela dolazi se rešavanjem problema optimizacije reprezentativnog agenta, zatim izvođenjem jednačine potrošnje i na kraju njenom zamenom u identitet tekućeg računa (ograničenje problema optimizacije). Različiti oblici funkcije korisnosti (navike u kvadratnoj funkciji ili stepena funkcija korisnosti), postojanje agenata koji ne vrše optimalno raspoređivanje potrošnje, uključivanje razmenljivih i nerazmenljivih dobara, a time i realnog deviznog kursa i endogenizovanje investicija opredeljuju razlike među modelima.

Modeli sadašnje vrednosti mogu se prema obliku funkcije korisnosti podeliti u dve grupe. Prva grupa modela, koju čine osnovni model, model sa navikama (Gruber, 2004) i model sa likvidnosno ograničenim agentima koji nisu u stanju da vrše optimalno raspoređivanje potrošnje (Bussiere et al, 2004) koristi kvadratnu funkciju korisnosti što isključuje potrebu za linearizacijom Ojlerove jednačine. Druga grupa modela sadašnje vrednosti, koju čine modeli koji u osnovi imaju variranje potrošnje (Bergin i Sheffrin, 2000, Bouakez i Kano, 2008) uključuje varijabilnu kamatnu stopu i stepenu funkciju korisnosti što zahteva linearizaciju Ojlerove jednačine. Model šokova u produktivnosti, uvodi dodatni problem optimizacije koji odrađuje odluke firmi o investicijama.

Osnovni model tekućeg računa polazi od problema optimizacije reprezentativnog agenta i izvodi Ojlerovu jednačinu koja uz pretpostavku o kvadratnoj funkciji korisnosti (čiji je prvi izvod linearna funkcija), konstantnoj kamatnoj stopi i jednakosti diskontnog faktora implicira da važi Halov uslov po kome je potrošnja martingal ili, drugačije rečeno, po kome agenti žele da očuvaju konstantan nivo potrošnje, što je u osnovi argumenta o izglađivanju potrošnje. Zamenom tog uslova u dinamičkom intertemporalnom ograničenju dolazi se do jednačine potrošnje, a njenom zamenom u identitetu tekućeg računa do relacije (3.1):

$$CA_t = -\sum_{s=t+1}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t \Delta NO_s) \tag{3.1}$$

prema kojoj je tekući račun negativna funkcija budućeg rasta neto dohotka. Ukoliko zemlja očekuje rast dohotka u budućnosti, ona može da ostvaruje veći deficit tekućeg računa, s obzirom da će buduće povećanje dohotka biti korišćeno za otplatu akumuliranih dugova.

Model sa navikama (Gruber, 2004) takođe počiva na pretpostaci o kvadratnoj funkciji korisnosti, ali koja sada uključuje postojanje navika što predstavlja jedinu razliku u odnosu na osnovni model. To znači da sada korisnost agenata ne zavisi samo od tekuće potrošnje, već i od iznosa za koji ona prevazilazi potrošnju iz prethodnog perioda. Rešavanje problema optimizacije sada implicira Ojlerovu jednačinu koja ima tri perioda. Preteći rad Dynan (2000) moguće je eliminisati jedno od potencijalnih rešenja, te iskazati problem u funkciji dva perioda. S obzirom na zadržavanje pretpostavke o kvadratnoj funkciji korisnosti, konstantnoj kamatnoj stopi i jednakosti subjektivnog i tržišnog diskontnog faktora, ponovo važi Halov uslov, ali agenti sada žele da zadrže konstantnu promenu potrošnje. Jednačina tekućeg računa postaje:

$$CA_t = \delta CA_{t-1} + \frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t - (1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty} (\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t \Delta NO_s) \tag{3.2}$$

Za razliku od osnovnog modela, usled formiranja navika u potrošnji tekući račun postaje funkcija njegove prethodne vrednosti i tekućih promena neto proizvodnje (kao rezultat toga i permanentni šokovi utiču na tekući račun, što nije slučaj u standardnom modelu). Takođe, navike utiču na to da agenti daju manji ponder budućim fundamentima u odnosu na osnovni model. Ukoliko je nivo navika, $\delta = 0$, prva dva elementa u gornjoj jednačini su jednaki nuli i model se svodi na osnovni.

Oba modela izložena u prethodnim pasusima pretpostavljaju da važi Rikardijanska ekvivalencija, tj. da fiskalna politika nema efekta na tekući bilans. Zbog toga, model sa likvidnosno ograničenim agentima (Bussiere et al. 2004) pretpostavlja da postoji deo agenata koji nema pristup finansijskom tržištu te nije u stanju da vrši intertemporalnu optimizaciju i njihova potrošnja je jednaka raspoloživom dohotku. Kako ovi agenti troše celokupni dohodak u tekućem periodu, fiskalna politika svoj uticaj na tekući račun ostvaruje preko uticaja na njihovu potrošnju. Jednačina potrošnje sada predstavlja zbir potrošnje agenata koji troše celokupni dohodak i rikardijanskih agenata, čije je ponašanje u potpunosti identično onome u modelu sa navikama (Gruber, 2004). To kao rezultat daje jednačinu tekućeg računa koja ima sledeći oblik:

$$\begin{aligned} CA_t &= \delta CA_{t-1} + \lambda(T_t - G_t + rB_t^G) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1} + rB_t^G) + \\ &+(1-\lambda)\frac{\delta}{1+r}\Delta NO_t - (1-\lambda)(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s) \end{aligned} \tag{3.3}$$

Iz ove relacije se vidi da je uticaj navika na tekući račun sada manji, pošto samo deo agenata vrši intertemporalnu optimizaciju. To znači da budući fundamenti, kao i šokovi u tekućem dohotku sada imaju manji uticaj na oscilacije tekućeg računa proporcionalan učešću optimizirajućih agenata koje je sada jednako $1 - \lambda$ umesto 1 kao u prethodnim modelima (četvrti i peti element sa desne strane u gornjoj jednačini) Međutim dodatnu volatilnost generiše fiskalna politika, obzirom da utiče direktno na potrošnju nerikardijanskih agenata (drugi i treći element sa desne strane gornje jednačine). Poboljšanje fiskalnog bilansa u tekućem periodu (preko rasta poreza ili smanjenja izdataka) vodi poboljšanju tekućeg računa, s obzirom da smanjuje tekuću potrošnju nerikardijanskih agenata. Sa povećanjem udela nerikardijanskih agenata u populaciji (λ), povećava se efekat fiskalne politike u tekućem periodu, dok se efekat navika (prvi i četvrti izraz sa desne strane) i očekivanog dohotka smanjuje. U slučaju kada je učešće nerikardijanskih agenata, $\lambda = 0$ model se svodi na model sa navikama u potrošnji, a ukoliko je i nivo navika, $\delta = 0$, na osnovni model.

Tri gore prethodno izložena modela polaze od kvadratne funkcije korisnosti, što uz pretpostavku o konstantnoj kamatnoj stopi i jednakosti tržišnog i subjektivnog diskontnog faktora implicira važenje Halovog uslova i želje potrošača da očuvaju konstantan nivo (promenu) potrošnje. Međutim, moguće je da su agenti suočeni sa promenama kamatnih stopa i relativnih cena (deviznog kursa i odnosa razmene) spremni da odustanu od izglađivanja potrošnje (vremenskog uprosečavanja). Stoga, Bergin i Sheffrin (2000) i Bouakez i Kano (2008) pretpostavljaju da reprezentativni agent maksimizira stepenu funkciju korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku, razdvajaju potrošnju nerazmenljivih i razmenljivih dobara (Bouakez i Kano, 2008 razdvajaju potrošnju razmenljivih dobara na uvoz i izvoz, što omogućava generisenje odnosa razmene) i uvode pretpostavku o varijabilnoj kamatnoj stopi. Iz pretpostavke o potrošnji dva tipa dobara sledi da Ojlerova jednačina ima drugačiji oblik (jer sadrži i promene realnog deviznog kursa koji predstavlja relativne cene), a iz pretpostavke o varijabilnoj kamatnoj stopi sledi da pretpostavka o jednakosti subjektivnog i tržišnog diskontnog faktora, na kojoj su počivali ranije izloženi modeli, više nije validna. Kako usled varijabilne kamatne stope i uvođenja relativnih cena nije moguće izvesti Halov uslov po kome je potrošnja martingal, neophodno je linearizovati Ojlerovu jednačinu (po uzoru na rad Campbell et al, 1997). Linearizacijom Ojlerove jednačine dobija se izraz za potrošnju, prema kome je ona funkcija kamatne stope i relativnih cena. To pokazuje da su agenti spremni da odustanu od izglađivanja potrošnje pod uticajem promena u kamatnim stopama i realnom deviznom kursu. Izvođenje jednačine tekućeg računa u ovom modelu zahteva linearizaciju intertemporalnog budžetskog ograničenja (po uzoru na rad o budžetskom deficitu Huang i Lin, 1993). Nakon linearizacije finalnu relaciju tekućeg računa za model Bergin i Sheffrin (2000) moguće je zapisati kao:

$$CA_t^* = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s - \gamma r_s^*) \tag{3.4}$$

gde je $CA_t^* \equiv no_t - c_t$.[30]

Osim standardnog uticaja dohotka, sada i rast realne kamatne stope r_s^* sa kojom se suočavaju potrošači (koja uključuje oscilacije realne kamatne stope i realnog deviznog kursa) utiče na tekući račun bilansa plaćanja. Rast ove stope snižava tekuću potrošnju, jer reprezentativni potrošač odlaže potrošnju za budućnost, što poboljšava tekući račun bilansa plaćanja.

Model sa odnosima razmene (Bouakez i Kano, 2008) sledi isti postupak izvođenja, ali pretpostavlja da u okviru razmenljivih dobara postoji razlika između uvoza i izvoza, kao i da se nerazmenljivi deo proizvodnje troši u potpunosti. To kao rezultat daje sledeću jednačinu tekućeg računa CA_t^* :

$$CA_t^* = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s^x + \Delta q_s^x - \gamma r_s^*) \tag{3.5}$$

Sada osim ranije predstavljenih efekata promena neto dohotka[31], realne kamatne stope i deviznog kursa, na tekući račun utiču i odnosi razmene Δq_s^x. Očekivano poboljšane odnosa razmene povećava sadašnju vrednost budućeg dohotka, što vodi povećanju potrošnje i pogoršanju tekućeg računa. Takođe, kao i permanentni šokovi u proizvodnji, permanentni šokovi u odnosima razmene nemaju uticaj na tekući račun.

Važno je uočiti da se zavisna promenljiva u modelima sa kvadratnom funkcijom korisnosti (osnovni model, model sa navikama i model sa nerikardijanskim agentima) delimično razlikuje u odnosu na modele sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku (Bergin i Sheffrin, 2000, Bouakez i Kano, 2008) čije je rešenje izvedeno linearizacijom Ojlerove jednačine i intertemporalnog budžetskog ograničenja. Kako bi modeli mogli da budu empirijski uporedivi, moguće je prevesti model sa kvadratnom funkcijom korisnosti čije je rešenje linearno u loglinearnu formu. Detalji transformacije su dati u Dodatku.

Dosadašnji modeli pretpostavljaju egzogenost investicija. Međutim, tekući račun je prema identitetu nacionalnih računa jednak razlici agregatne štednje i investicija. Prema tome, endogenizovanje investicija može doprineti poboljšanju ocene modela. Upravo to je osnovna ideja modela šokova u produktivnosti (Glick i Rogoff, 1995, Gruber, 2002). Uz to, pristupi se razlikuju i prema načinu formiranja očekivanog dohotka. Za razliku od egzogene neto proizvodnje u modelima sadašnje vrednosti, pristup šokova u produktivnosti pretpostavlja da su proizvodnja i investicije endogeni, određeni šokovima u produktivnosti koja sledi autoregresivni proces prvog reda, $AR(1)$. Sama procedura

[30] Tekući račun je $CA_t = NO_t - C_t$. Mera tekućeg računa koja je data u tekstu ga vidi kao razliku neto proizvodnje i agregatne potrošnje u logaritmima. Ova definicija je ekvivalentna odnosu neto izvoza i potrošnje: $no_t - c_t = \ln \frac{NO_t}{C_t} = \ln \frac{C_t + NO_t - C_t}{C_t} = \ln(1 + \frac{NX_t}{C_t}) \approx \frac{NX_t}{C_t}$

[31] Prilikom kasnijeg ocenjivanja pretpostavljeno je da je stopa rasta razmenljive proizvodnje jednaka stopi rasta ukupne proizvodnje.

izvođenja ovog modela počiva na rešavanju dva problema optimizacije, reprezentativnog potrošača na osnovu koga se dobija jednačina potrošnje (u svemu identična procedura iz modela sa navikama, Gruber, 2004) i problema optimizacije firme koji određuje dinamiku investicija. Nakon rešavanja problema optimizacije elemente identiteta tekućeg računa, dohodak, investicije i potrošnju potrebno je zapisati u funkciji šokova u produktivnosti, iz čeka se dobija finalna relacija tekućeg računa:

$$\begin{aligned} CA_t &= (1+r)CA_{t-1} - \delta\Delta C_{t-1} + \pi_1 I_{t-1} + \pi_2\eta_t + \\ &+\{-(1-\rho)\phi_3 + (1-\rho-\xi)(1+g\xi)\theta)A_{t-1} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Promena tekućeg računa je funkcija njegove prethodne vrednosti, promene potrošnje, ΔC_{t-1}, investicija iz prethodnog perioda, I_{t-1}, šoka u produktivnosti, η_t, i prethodne vrednosti produktivnosti, A_{t-1}. Dodavanje navika u model vodi sporijem prilagođavanju potrošnje na šok u produktivnosti. Sa pozitivnim šokom u produktivnosti tekući dohodak privremeno prevazilazi potrošnju, koja se sporo prilagođava, pa se štednja povećava. Rast štednje delimično poništava negativne efekte porasta investicija na tekući račun. Privremeni šokovi u produktivnosti pogoršavaju tekući račun u manjoj meri od trajnih šokova iz dva razloga. Prvo, potrošnja reaguje manje na povećanje produktivnosti, što znači da se deo dodatne proizvodnje štedi. Drugo, sa smanjenjem perzistentnosti šoka smanjuje se rast investicija tako da pozitivan efekat rasta štednje na tekući račun može da poništi negativne efekte rasta investicija na tekući račun. Pored toga, ukoliko postoje navike u potrošnji (čak iako su šokovi produktivnosti slučajni hod) rast štednje koji sledi pozitivni šok u produktivnosti je veći, s obzirom da se potrošnja sporije prilagođava novom permanentnom nivou. Ukoliko je $\delta, \xi = 0$ efekat šoka produktivnosti na tekući račun identičan je modelu koji su formulisali Glick i Rogoff (1995).

Deo III

Ekonometrijska metodologija

U prethodnom delu monografije prikazani su ključni intertemporalni modeli bilansa tekućeg računa. Svi prikazani modeli su teoretskog karaktera i zasnovani su na odgovarajućim pretpostavkama čiju ispunjenost je potrebno proveriti u praksi. Ovaj deo monografije je stoga posvećen prikazu osnovnih ekonometrijskih pristupa ocenjivanju različitih modela koji treba da omoguće izbor modela ili grupe modela koji su u pogledu određenih statističko-ekonomskih kriterijuma uskladjeni sa stvarnim kretanjima u tekućem računu konkretne zemlje. U tom pravcu, u ovom delu ćemo predložiti nov i jedinstven okvir za ocenjivanje prikazanih teorijskih modela korišćenjem modela prostora i stanja koji takođe omogućava osciliranje u relativnim performansama različitih modela tokom vremena.

Empirijski okvir za ocenjivanje i testiranje različitih intertemporalnih modela možemo grubo podeliti u dva (međusobno povezana) elementa. Prvi čine statistički testovi odredjenih implikacija intertemporalnih modela gde odbacivanje odgovarajuće nulte hipoteze implicira diskreditaciju konkretnog modela. Unutar ove grupe razlikujemo statastičke testove koji se direktno mogu primeniti na raspoloživim podacima o tekućem računu i drugim ključnim varijablama konkretnog modela i testove koji se primenjuju na empirijskom modelu koji predstavlja reprezentaciju odgovarajućeg teoretskog modela. Statistički testovi dakle omogućavaju ocenu da li stvarni podaci odbacuju ili ne implikacije odredjenih modela, ali pružaju nedovoljno informacija za izbor "najboljeg" modela ukoliko više modela ispunjava uslove (odbacuje nultu hipotezu). Pred toga, svojstva većine testova su izvedena samo u slučaju modela sadašnje vrednosti, dok se performanse modela rasta produktivnosti ne mogu u potpunosti meriti na ovaj način.

Alternativni način empirijske analize intertemporalnih modela predstavlja ocena serije tekućeg računa koja bi bila optimalna sa stanovištva modela. Kao rezultat dobijamo vremensku seriju "veštačkih" podataka koja se može uporediti sa stvarnim podacima o kretanju tekućeg računa. Velike razlike u nivou ili volatilnosti dve serije sugerišu neadekvatnost odgovarajućeg teoretskog modela. Ovakav pristup se može primeniti na sve modele, osnovno ograničenje je međutim da optimalna serija tekućeg računa zavisi od očekivanja tržišnih agenata koja nisu direktno raspoloživa. Potrebno je stoga na osnovu raspoloživih podataka o tekućem računu i drugim makroekonomskim promenljivama na određen način izvesti očekivanja tržišnih agenata koja bi bila u skladu sa odgovarajućim modelom. U slučaju grupe modela sadašnje vrednosti to se može postići ocenjivanjem standardnog vektor autoregresivnog modela (VAR). Ovaj pristup, koji su prvi put primenili Campbell i Shiller (1988) u dekompoziciji prinosa na akcije, a Sheffrin i Woo (1990) prilagodili analizi tekućeg računa, dominantno je korišćen u do sada sprovedenim istraživanjima. On se zasniva na radovima Campbell-a (1987) i Campbell i Shiller-a (1988) koji su, preneseno na analizu tekućeg računa, pokazali da sadašnje vrednosti tekućeg računa i makroekonomskih promenljivih pod pretpostavkom racionalnih očekivanja sadrže sve informacije o budućem kretanju makro promenljivih što omogućava izvođenje "optimalne" serije tekućeg računa na osnovu ocenjenih VAR parametara i postojećih podataka. Drugi pristup koji monografije predlaže zasniva se na iskazivanju teorijskih modela kroz model prostora i stanja. U modelu prostora i stanja nepoznata očekivanja ekonomskih agenata se modeliraju direktno kao latentni faktori koji imaju odgovarajuću dinamiku i njihove ocene se mogu dobiti na osnovu raspoloživih podataka i ocena modela prostora i stanja pomoću Kalmanovog filtera. Za razliku od VAR-a koji je namenjen modelima sadašnje vrednosti, svi intertemporalni modeli se mogu iskazati kroz model prostora i stanja koji takođe omogućava utvrđivanje doprinosa različitih fundamenata kretanju tekućeg računa tokom vremena.

Izlaganje u ovom poglavlju počinje kratkim prikazom VAR modela, koji je dominantan u literaturi koja se bavi ocenom modela tekućeg računa. U narednom delu monografije prikazaćemo model prostora i stanja i njegovu primenu za izvođenje serije očekivanja fundamenata i optimalne serije tekućeg računa platnog bilansa. Pošto je reč o novoj empirijskoj metodologiji diskusija modela prostora i stanja je duža i prikazana na primeru tri intertemporalna modela, uključujući i prikaz identifikacije paramatera modela. U poslednjem delu dat je kratak prikaz osnovnih statističkih testova, od kojih se jedan broj oslanja na ocene VAR modela.

1 VAR model

U ovom delu prikazaćemo osnove korišćenja VAR modela, koji je dominantan u literaturi koja se bavi ocenom modela tekućeg računa. VAR model uopšteno omogućava simultanu analizu dinamičkih veza izmedju više promenljivih opisujući njihovu dinamičku evoluciju na osnovu zajedničke istorije. Pretpostavimo da imamo tri varijable X_t, W_t, Z_t. VAR model prvog reda $VAR(1)$ je definisan:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \epsilon_t \tag{1.1}$$

gde Y_t je $m \times 1$ vektor varijabli, A_0 je m-dimenzionalni vektor parametara odsečka, A_1 je $m \times m$ matrica parametara koja opisuje dinamičke veze izmedju varijabli, ϵ_t je m-dimenzionalni vektor slučajnih grešaka koje su serijski nekorelisane, homoskedastične, sa nultom očekivanom vrednošću i $m \times m$ matricom kovarijansi Ω (to jest predstavljaju m-dimenzionalni beli šum). U raširenoj formi jednačina (1.1) u slučaju $m = 3$ glasi:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_t \\ W_t \\ Z_t \end{bmatrix}}_{Y_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{o,x} \\ a_{o,w} \\ a_{o,z} \end{bmatrix}}_{A_0} + \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1,xx} & a_{1,xw} & a_{1,xz} \\ a_{1,wx} & a_{1,ww} & a_{1,wz} \\ a_{1,zx} & a_{1,zw} & a_{1,zz} \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} X_{t-1} \\ W_{t-1} \\ Z_{t-1} \end{bmatrix}}_{Y_{t-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \epsilon_{t,x} \\ \epsilon_{t,w} \\ \epsilon_{t,z} \end{bmatrix}}_{\epsilon_t} \tag{1.2}$$

i vidimo na primer da jednačina za varijablu X_t glasi:

$$X_t = a_{o,x} + a_{1,xx} X_{t-1} + a_{1,xw} W_{t-1} + a_{1,xz} Z_{t-1} + \epsilon_{t,x} \tag{1.3}$$

to jest, svaka promenljiva zavisi od svojih i prethodnih vrednosti svih ostalih varijabli u sistemu. VAR model se stoga može posmatrati kao model redukovane forme, gde varijable na desnoj strani jednačine ne zavise od varijabli sa leve strane. Kao redukovana forma parametri VAR modela su po definiciji uvek identifikovani (jedinstveni) i mogu se oceniti metodom najmanjih kvadrata ili maksimalne verodostojnosti. Detaljniji prikaz VAR modela, njihovog ocenjivanja i analize može se naći u Lutkepohl (2005) ili u standardnim udžbenicima iz ekonometrije, u nastavku je opisano njihovo korišćenje u konteksu analize intertemporalnih modela.

VAR pristup modelima sadašnje vrednosti se zasniva na radovima Campbell-a (1987) i Campbell i Shiller-a (1988) koji su, preneseno na analizu tekućeg računa, pokazali da sadašnje vrednost tekućeg računa i makroekonomskih promenljivih pod pretpostavkom racionalnih očekivanja sadrže sve informacije o budućem kretanju makro promenljivih (fundamenata). Na osnovu ocenjenih VAR parametara i postojećih podataka moguće je izvesti "optimalnu" serije tekućeg računa koju određeni model implicira (Sheffrin i Woo, 1990, Oto, 1992, Ghosh, 1995, Obstfeld i Rogoff, 1996). VAR pristup u empirijskoj oceni modela dakle podrazumeva identifikaciju uslovnih očekivanja determinanti koje određuju kretanje tekućeg računa u odnosu na sve informacije koje su dostupne agentima u trenutku t. Prisetimo se osnovnog modela koji ima jednačinu tekućeg računa:[32]

$$ca_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \Delta no_s \tag{1.4}$$

Dinamika optimalne serije tekućeg računa može se oceniti pomoću sledećeg VAR modela, gde je, radi jednostavnosti, pretpostavljeno da VAR prvog rada dobro opisuje dinamička kretanja u promenljivima. U praksi, red VAR modela se najčešće utvrdjuje korišćenjem različitih informacionih kriterijuma[33]:

$$\begin{bmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta no_t \\ ca_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t+1} \\ u_{2t+1} \end{bmatrix}$$

U matričnom zapisu gornji izraz je:

$$Z_{t+1} = AZ_t + u_{t+1}$$

gde je Z_t dvodimenzionalni vektor modelskih varijabli: $Z_t = \left[\begin{smallmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{smallmatrix}\right]$, u_{t+1} vektor slučajnih grešaka sa uslovnom srednjom vrednošću 0, $E(u_t \mid I_t) = 0$, I_t predstavlja skup svih informacija koje ekonomski agent ima u trenutku t (informacioni set), a A je matrica VAR parametara. Neto proizvodnja bi mogla biti i samo funkcija svojih prethodnih vrednosti. Međutim kako je cilj da se predvidi njeno buduće kretanje na osnovu informcija kojima raspolažu agenti, njihov informacioni set I_t uključuje dodatne informacije koje su aproksimirane tekućim računom. Ukoliko agenti imaju racionalna očekivanja i greške su nepredvidive, očekivana vrednost Z nakon i perioda se može zapisati kao:

$$E_t(Z_{t+i} \mid I_t) = A^i Z_t \tag{1.5}$$

Izraz za očekivanu vrednost promenljivih na osnovu VAR modela (1.5) primenjen na osnovnu teoretsku jednačinu modela (1.4) daje sledeću relaciju:

$$h' Z_t = -\sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} d' A^{s-t} Z_t$$

gde su h i d vektori selekcije određeni tako da izraz sa leve strane predstavlja tekući račun koji proizilazi iz modela, dok d selektuje neto proizvodnju sa desne strane:

$$h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \; d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[32] U skladu sa empirijskom literaturom kako bi se obezbedila uporedivost između različitih modela, u empirijskim poglavljima korišćena je logaritamska transformacija podataka. U nastavku izlaganja logaritam serije tekućeg računa obeležen je malim slovima ca, a neto proizvodnje Δno. Velika slova označavaju originalne podatke.

[33] Zbog preglednosti prikazan je VAR(1) model, analiza se lako može generalizovati na VAR model višeg reda.

Kako izraz sa desne strane predstavlja geometrijsku progresiju, optimalnu seriju tekućeg računa prema osnovnom modelu je moguće zapisati kao:

$$\overline{ca}_t = -\sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} d' A^{s-t} Z_t = \beta d' A Z_t + \beta^2 d' A^2 Z_t + ... = \beta d' A[I - \beta A]^{-1} Z_t$$

ili u matričnom zapisu:

$$\overline{ca}_t = -\beta \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \beta \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta no_t \\ ca_t \end{bmatrix}$$

U izrazu sa desne strane svi elementi su poznati: $\left[\begin{smallmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{smallmatrix}\right]$ su stvarni podaci, ocene parametara matrice A se dobijaju ocenom VAR-a, dok se vrednost subjektivnog diskontnog faktora β kalibrira (pretpostavlja na osnovu drugih studija) što daje seriju tekućeg računa $\overline{ca}$ koja bi bila optimalna sa stanovištva osnovnog modela. VAR model se na identičan način može koristiti u slučaju drugih modela sadašnje vrednosti, uključujući u VAR dodatne promenljive koje modeli pretpostavljaju. Važno je istaći da serija tekućeg računa koja se dobija ovim putem nije projekcija iz ocenjenog VAR modela, već se VAR koristi samo kako bi se izvela očekivanja budućih kretanja varijabli. Dobijena serija tekućeg računa $\overline{ca}$ poredi se sa stvarnim podacima kako bi se utvrdila (ne)adekvatnost odgovarajućeg teoretskog modela. Različiti tipovi testova pretpostavki modela se takođe mogu primeniti na osnovu ocenjenih parametara VAR modela.

2 Model prostora i stanja (engl. *State-space*)

Intertemporalne modele iz prethodnog poglavlja moguće je oceniti alternativnim pristupom, primenom modela prostora i stanja. U modelu prostora i stanja nepoznata očekivanja ekonomskih agenata se modeliraju direktno kao latentni faktori koji imaju odgovarajuću dinamiku i njihove ocene se mogu dobiti na osnovu raspoloživih podataka i ocena modela prostora i stanja pomoću Kalmanovog filtera. Za razliku od VAR-a koji je namenjen modelima sadašnje vrednosti, svi intertemporalni modeli se mogu iskazati kroz model prostora i stanja koji takođe omogućava utvrđivanje doprinosa različitih fundamenata kretanju tekućeg računa tokom vremena. Zbog dodatne fleksibilnosti koju model prostora i stanja pruža on je korišćen u novijim istraživanjima u oblasti vrednovanja aktive, pre svega u analizi prinosa na akcije (Van Binsbergen i Koijen, 2010, Balke i Ma, 2012) i monetarnog modela deviznog kursa (Balke, Ma i Wohar, 2013)[34], u ovoj monografiji je po prvi put korišćen za analizu različitih modela tekućeg računa.

2.1 Zapis modela tekućeg računa u formi prostora i stanja

U ovom delu studije prikazaćemo zapis tri intertemporalna modela tekućeg računa u formi prostora i stanja. Počećemo sa prikazom najjednostavnijeg, osnovnog modela kako bi ukratko prikazali osnovne elemente procesa. Potom je prikazan zapis modela sa odnosima razmene (Bouakez i Kano, 2008) koji se sa određenim restrikcijama

[34] U analizi implikacija monetarnog model deviznog kursa (Engel i West, 2005).

može svesti na druge modele sadašnje vrednosti tako da njegova diskusija daje dovoljno ilustrativan primer zapisa drugih modela. Konačno, prikazaćemo zapis modela rasta produktivnosti koji jednostavno proizilazi iz teoretske postavke modela.

Osnovni model

Vratimo se još jednom na osnovni model koji opisuje sledeća dinamička jednačina:

$$ca_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \Delta no_s$$

Ukoliko očekivanja neto proizvodnje u periodu $t+1$ obeležimo kao $E[\Delta no_{t+1}] = g_t$, stvarna vrednost neto proizvodnje u narednom periodu je zbir očekivane vrednosti i realizovanog nepredvidivog šoka:

$$\Delta no_{t+1} = g_t + \varepsilon_{t+1}^{\Delta no}$$

gde pretpostavljamo da je realizovni šok $\varepsilon_{t+1}^{\Delta no}$ beli šum. Ukoliko pretpostavimo da predvidiva komponenta g_t sledi autoregresivni proces drugog reda, $AR(2)$, proces, očekivana vrednost neto proizvodnje se može zapisati kao:

$$g_t = \phi_{1g} g_{t-1} + \phi_{2g} g_{t-2} + \varepsilon_t^g$$

gde ε_t^g predstavlja šokove u očekivanjima, a parametri ϕ_{ig} određuju dinamiku predvidive komponente. Teorija ne postavlja ograničenje o redu autoregresivnog procesa (osim da je konačan), drugi red je ovde odabran kako bi se postigao kompromis između jednostavnosti i sveobuhvatnosti prikaza. Svi rezultati naravno važe i u slučaju višeg (ili nižeg) reda AR procesa. Pretpostavka je da agenti znaju vrednosti g_t koje su nepoznate ekonometričaru koji ih teži izvesti na osnovu dostupnih podataka.

Kao i u slučaju VAR modela gornji izraz je moguće zapisati kao:

$$Z_{t+1}^g = A^g Z_t^g + u_t^g$$

i očekivana vrednost varijable Z nakon i perioda je:

$$E_t(Z_{t+i}^g \mid H_t) = A_g^i Z_t^g$$

Vrednost tekućeg računa je u ovom slučaju:

$$\begin{aligned}
ca_t &= -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \Delta no_s \\
\overline{ca}_t &= -\sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} d' A_g^i Z_t^g = -(\beta d' Z_t^g + \beta^2 d' A_g Z_t^g + ...) = -\beta d'(1 + \beta A_g + ...) Z_t^g \\
&= -\beta d'(1 - \beta A_g)^{-1} Z_t^g
\end{aligned}$$

gde je d vektor selekcije [1 0].[35] Gornji izraz je u matričnom zapisu:

$$\overline{ca}_t = -\beta d'(1-\beta A_g)^{-1} Z_t^g = -\beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \beta \begin{bmatrix} \phi_{1g} & \phi_{2g} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} g_t \\ g_{t-1} \end{bmatrix}$$

[35] u slučaju VAR modela izraz za tekući račun je $\beta d' A(1-\beta A)^{-1} Z_t$, dok je u slučaju modela prostora i stanja $\beta d'(1-\beta A_g)^{-1} Z_t^g$. U slučaju modela prostora i stanja iz izraza je izostavljena matrica A_g (ispred zagrade u prvom slučaju) jer je $E_t[\Delta no_{t+1}] = g_t$.

Prvi deo gornjeg izraza sa desne strane se može zapisati kao:

$$
\begin{aligned}
-\beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \beta \begin{bmatrix} \phi_{1g} & \phi_{2g} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right]^{-1} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \end{bmatrix} \\
-\beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-\beta\phi_{1g} & -\beta\phi_{2g} \\ -\beta & 1 \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \end{bmatrix} \\
-\begin{bmatrix} \beta & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{1-\beta\phi_{1g}-\beta^2\phi_{2g}} \begin{bmatrix} 1 & \beta\phi_{2g} \\ \beta & 1-\beta\phi_{1g} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \end{bmatrix} \\
-\begin{bmatrix} \dfrac{\beta}{1-\beta\phi_{1g}-\beta^2\phi_{2g}} & \dfrac{\beta^2\phi_{2g}}{1-\beta\phi_{1g}-\beta^2\phi_{2g}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

gde izrazi $B_{11}g_t$ i $B_{12}g_{t-1}$ pokazuju uticaj fundamenata na kretanje tekućeg računa. Matrice B_{11} i B_{12} koje mere uticaj očekivanja neto proizvodnje zavise od vrednosti diskontnog faktora β i od autoregresivnih parametara ϕ_{ig}. Što je viši diskontni faktor i što je veća vrednost autoregresivnog parametra veći je i uticaj očekivanja neto proizvodnje (dohotka), na tekući račun.

Kompletan model sadašnje vrednosti tekućeg računa u formi prostora i stanja može se zapisati pomoću jedne tranzicione (jednačine stanja):

$$g_t = \phi_{1g}g_{t-1} + \phi_{2g}g_{t-2} + \varepsilon_t^g \tag{2.1}$$

i dve signalne (merne) jednačine:

$$\Delta no_{t+1} = g_t + \varepsilon_t^{\Delta no} \tag{2.2}$$

$$ca_{t+1} = B_{11}g_t + B_{12}g_{t-1} \tag{2.3}$$

Tranziciona jednačina (jednačina stanja) pokazuje način formiranja očekivanja, dok signalne (merne) jednačine daju informacije o kretanju osnovnih promenljivih ili, u terminologiji modela prostora i stanja, varijabli stanja.

U matričnoj formi merne jednačine se mogu zapisati kao:

$$\begin{bmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ B_{11} & B_{12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_t \\ g_{t-1} \\ \varepsilon_t^g \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Primetimo da u jednačini tekućeg računa ne postoji slučajna greška. Razlog tome je što modeli sadašnje vrednosti pripadaju grupi savršeno rešenih modela (engl. *perfectly solved models*, Campbell i Shiller, 1988). Tranzicione jednačine (jednačine stanja) se mogu zapisati kao:

$$\begin{bmatrix} g_t \\ g_{t-1} \\ \varepsilon_t^{\Delta no} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1g} & \phi_{2g} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{t-1} \\ g_{t-2} \\ \varepsilon_{t-1}^{\Delta no} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^g \\ 0 \\ \varepsilon_t^{\Delta no} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Matrica varijansi i kovarijansi šokova je oblika:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_g^2 & \\ \sigma_{g,\Delta no} & \sigma_{\Delta no}^2 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Kako bi se izvela ocenjena serija tekućeg računa potrebno je od stvarne serije tekućeg računa oduzeti greške očekivanja fundamenata, u ovom slučaju Δno, koje će biti dobijene ocenom modela prostora i stanja pomoću Kalmanovog filtera. Da bismo to pokazali zamenimo 2.1 u 2.3:

$$ca_{t+1} = B_{11}(\phi_{1g}g_{t-1} + \phi_{2g}g_{t-2} + \varepsilon_t^g) + B_{12}(\phi_{1g}g_{t-2} + \phi_{2g}g_{t-3} + \varepsilon_{t-1}^g) \tag{2.7}$$

pa se tekući račun može zapisati kao zbir predvidivog i nepredvidivog dela (videti Cochrane, 2008) kao:

$$ca_{t+1} = B_{11}(\phi_{1g}g_{t-1} + \phi_{2g}g_{t-2}) + B_{12}(\phi_{1g}g_{t-2} + \phi_{2g}g_{t-3}) + B_{11}\varepsilon_t^g + B_{12}\varepsilon_{t-1}^g \tag{2.8}$$

iz čega sledi da je ocenjenu seriju tekućeg računa $\overline{ca}_{t+1}$ koja bi bila optimalna sa stanovištva osnovnog modela moguće zapisati kao:

$$\overline{ca}_{t+1} = B_{11}(\phi_{1g}g_{t-1} + \phi_{2g}g_{t-2}) + B_{12}(\phi_{1g}g_{t-2} + \phi_{2g}g_{t-3}) \tag{2.9}$$

ili:

$$\overline{ca}_{t+1} = ca_{t+1} - B_{11}\varepsilon_t^g - B_{12}\varepsilon_{t-1}^g \tag{2.10}$$

U izrazu sa desne strane svi elementi su poznati: podacima o tekućem računu su dostupni, dok se ocene parametara B_{11} i B_{12}, kao i serija podataka o šokovima ε_t^g dobija ocenom modela prostora i stanja pomoću Kalmanovog filtera.

Ostali modeli sadašnje vrednosti

U slučaju modela sadašnje vrednosti koji su formulisali Bouakez i Kano (2008) prisetimo se da je tekući račun funkcija očekivanog neto BDP-a, očekivane kamatne stope sa kojom se suočavaju potrošači i očekivanih odnosa razmene:

$$ca_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s + \Delta q_s - \gamma r_s^*)$$

gde je $E_t[r_{t+1}^*] = E_t[r_s - \dfrac{(1-\gamma)}{\gamma}(1-a)\Delta p_s]$.

Obeležimo očekivanja ovih varijabli sa $E[\Delta no_{t+1}] = g_t$, $E[\Delta q_{t+1}] = \tau_t$, $E[r_{t+1}^*] = \mu_t$. Stvarne vrednosti ovih promenljivih u tom slučaju su zbir očekivane vrednosti i realizovanog nepredvidivog šoka:

$$\Delta no_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^{\Delta no}$$

$$\Delta q_t = \tau_{t-1} + \varepsilon_t^{\Delta q}$$

$$r_t^* = \mu_{t-1} + \varepsilon_t^r$$

gde su realizovani šokovi $\varepsilon_t^{\Delta no}, \varepsilon_t^r, \varepsilon_t^{\Delta q}$ beli šum. Predvidive komponente neto BDP-a, kamatne stope i odnosa razmene mogu se predstaviti kao (međusobne interakcije i viši nivoi autoregresivnog reda su zanemarene zbog jednostavnosti prikaza bez uticaja na teoretske postavke) pomoću AR procesa prvog reda:

$$g_t = \phi_1 g_{t-1} + \varepsilon_t^g$$

$$\mu_t = \phi_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t^{\mu}$$
$$\tau_t = \phi_3 \tau_{t-1} + \varepsilon_t^{\tau}$$

gde ε_t^g, ε_t^{μ} i ε_t^{τ} predstavljaju šokove u očekivanjima.
Tada:

$$\begin{aligned}
ca_t &= -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s + \Delta q_s - \gamma r_s^*) \qquad (2.11)\\
&= -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(g_{s-1} - \gamma \mu_{s-1} + \tau_{s-1})\\
&= -E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t}(g_s - \gamma \mu_s + \tau_s)\\
&= -E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t}(\phi_1^{s-t} g_t - \phi_2^{s-t} \mu_t + \phi_3^{s-t} \gamma \tau_t)\\
&= -\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \phi_1^{s-t} g_t + \gamma \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \phi_2^{s-t} \mu_t - \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \phi_3^{s-t} \tau_t\\
&= -(g_t + \beta\phi_1 g_t + \beta^2 \phi_1^2 g_t + ...) + \gamma(\mu_t + \beta\phi_2 \mu_t + ...) - (\tau_t + \beta\phi_3 \tau_t + ...)\\
&= -\frac{1}{1-\beta\phi_1} g_t + \gamma \frac{1}{1-\beta\phi_2} \mu_t - \frac{1}{1-\beta\phi_3} \tau_t
\end{aligned}$$

Relativni doprinos očekivanog kretanja budućih fundamenata tekućem računu zavisi od perzistentnosti očekivanja. Što je veća perzistentnost očekivanja posmatrane determinante, veći je njen doprinos kretanju tekućeg računa. Po analogiji sa prikazom zapisa osnovnog modela, tekući račun bilansa plaćanja (2.11) može se predstaviti kao:

$$ca_t = B_1(L) g_t - B_2(L) \mu_t + B_3(L) \tau_t$$

gde je:

$$\begin{aligned}
-E_t \sum_{t=1}^{\propto} \beta^{s-t}(\Delta no_{t+i}) &= B_1(L) g_t\\
-E_t \sum_{t=1}^{\propto} \beta^{s-t}(\gamma r_{t+i}^*) &= B_2(L) \mu_t\\
-E_t \sum_{t=1}^{\propto} \beta^{s-t}(\Delta q_{t+i}) &= B_3(L) \tau_t
\end{aligned}$$

Polinomi $B_1(L)$, $B_2(L)$ i $B_3(L)$ predstavljaju pozitivne funkcije autoregresivnih parametara ϕ i diskontnog faktora β:

$$\begin{aligned}
B_1(L) &= -\frac{1}{1-\beta\phi_1}\\
B_2(L) &= -\gamma \frac{1}{1-\beta\phi_2}\\
B_3(L) &= -\frac{1}{1-\beta\phi_3}
\end{aligned}$$

Kompletan model sadašnje vrednosti koji su formulisali Bouakez i Kano (2008) može se predstaviti pomoću sledećih mernih (signalnih) jednačina:

$$ca_t = B_1(L)g_t - B_2(L)\mu_t + B_3(L)\tau_t \tag{2.12}$$

$$\Delta no_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^{\Delta no} \tag{2.13}$$

$$r_t^* = \mu_{t-1} + \varepsilon_t^r \tag{2.14}$$

$$\Delta q_t = \tau_{t-1} + \varepsilon_t^{\Delta q} \tag{2.15}$$

i tranzicionih jednačina (jednačina stanja):

$$g_t = \phi_1 g_{t-1} + \varepsilon_t^g \tag{2.16}$$

$$\mu_t = \phi_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t^\mu \tag{2.17}$$

$$\tau_t = \phi_3 \tau_{t-1} + \varepsilon_t^\tau \tag{2.18}$$

Ostali modeli sadašnje vrednosti se mogu izvesti modifikacijom gornjeg zapisa. Videli smo da osnovni model (Obstfeld i Rogoff, 1996) uključuje prve dve merne i prvu tranzicionu jednačinu, uz uslov da su u (2.12) $B_2(L)$, $B_3(L) = 0$. Model Bergin-a i Sheffrin-a (2000) podrazumeva izostavljanje poslednje tranzicione i merne jednačine, uz uslov da je u jednačini (2.12) $B_3(L) = 0$.

Kada su u pitanju modeli sa kvadratnom funkcijom korisnosti, model sa navikama u potrošnji koji je formulisao Gruber (2004) je identičan osnovnom modelu, osim što u jednačini tekućeg računa uključuje i njegovu docnju (δca_{t-1}), tekuću vrednost neto proizvodnje $\frac{\delta}{1+r}\Delta no_t$, a polinom $B_1(L)g_t$ postaje $-(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t+1}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}(E_t\Delta NO_s)$. Model koji je formulisao Gruber (2004) je u slučaju modela sa likvidnosno ograničenim agentima (Bussiere et al, 2004) modifikovan tako da se dve poslednje veličine (vrednost tekuće neto proizvodnje i polinom koji predstavlja uticaj očekivanog dohotka) množe sa učešćem rikardijanskih agenata u populaciji $(1-\lambda)$, dok se u istu jednačinu dodaje i uticaj fiskalne politike preko izraza $(\lambda(T_t - G_t + rB_t^G) - \frac{\delta\lambda}{1+r}(T_{t-1} - G_{t-1} + rB_t^G))$.

Kako bi se izvela ocenjena serija tekućeg modela potrebno je od stvarne serije tekućeg računa oduzeti greške očekivanja fundamenata. Za razliku od osnovnog modela, u ovom slučaju postoje tri makroekonomske jednačine čije greške očekivanja treba isključiti:

$$\varepsilon_{t+1}^{\Delta no} = \Delta no_{t+1} - E_t(\Delta no_{t+1} \mid I_t)$$

$$\varepsilon_{t+1}^{r^*} = r_{t+1}^* - E_t(r_{t+1}^* \mid I_t)$$

$$\varepsilon_{t+1}^{\Delta q} = \Delta q_{t+1} - E_t(\Delta q_{t+1} \mid I_t)$$

gde je I_t set informacija koji je bio dostupan agentu u trenutku formiranja očekivanja t. Ocenjena serija tekućeg računa $\overline{ca}_t$ koja bi bila optimalna sa stanovištva ovog modela se dobija kao:

$$\overline{ca_t} = ca_t - B_1(L)\varepsilon_t^{\Delta no} + B_2(L)\varepsilon_t^{r^*} - B_3(L)\varepsilon_t^{\Delta q}$$

Model sa šokovima produktivnosti

Za razliku od modela sadašnje vrednosti kod kojih dinamika tekućeg računa odražava sadašnju vrednost očekivanih vrednosti fundamenata, model sa šokovima produktivnosti (koji uključuje i navike u potrošnji) može se direktno predstaviti u formi prostora i stanja pomoću sledećih signalnih (mernih) jednačina:

$$\Delta ca_t = c_1 + c_2 I_{t-1} + c_3 \eta_t^w + c_4 \eta_t^c + c_5 A_{t-1}^c + c_6 ca_{t-1} + \varepsilon_t^{CA} \tag{2.19}$$

$$\Delta I_t = d_1 + d_2 I_{t-1} + d_3 \Delta \eta_t^w + d_4 \eta_t^c + d_5 A_{t-1}^c + \varepsilon_t^I \tag{2.20}$$

gde I_{t-1} predstavlja domaće investicije, A_{t-1}^c nivo produktivnosti u zemlji, η_t^w i η_t^c označava globalne i lokalne šokove u produktivnosti, dok su realizovani šokovi $\varepsilon_t^{CA}, \varepsilon_t^I$ beli šum.

Tranzicione jednačine (jednačine stanja) koje određuju kretanje produktivnosti pretpostavljaju da je dinamika globalne i lokalne produktivnosti data sledećim autoregresivnim procesima prvog reda (Glick i Rogoff, 1995):

$$A_t^w = \rho^w A_{t-1}^w + \eta_t^w \tag{2.21}$$

$$A_t^c = \rho^c A_{t-1}^c + \eta_t^c \tag{2.22}$$

Jednačine pokazuje da na promenu tekućeg računa utiče prethodni nivo investicija, domaći i globalni šokovi u produktivnosti, prethodni nivo produktivnosti i tekućeg računa, a investicije zavise od njihovog prethodnog nivoa, prethodnog nivoa produktivnosti i domaćih i globalnih šokova u produktivnosti. *Šok koji povećava produktivnost u zemlji* vodi povećanju marginalne efikasnosti kapitala, što dalje vodi rastu investicije. Kako je tekući račun razlika štednje i investicija, rast investicija vodi pogoršanju spoljnog bilansa zemlje. Uz to, rast investicija deluje i na potrošnju. Investicije povećavaju očekivanu proizvodnju i dohodak, što vodi rastu potrošnje, kao i u slučaju modela sadašnje vrednosti. Dakle, ovaj model implicira da se bilans tekućeg računa pogoršava kako po osnovu rasta investicija tako i po osnovu smanjenja štednje. *Šokovi u globalnoj produktivnosti* pogađaju tekući račun u meri u kojoj se preferencije među zemljama razlikuju. Ukoliko sve zemlje imaju identične preferencije ovi šokovi nemaju dejstvo na tekući račun, s obzirom da promene globalnog dohotka pre rezultiraju u promenama svetskih kamatnih stopa, nego u transferu resursa iz jednih u druge zemlje. Ukoliko je $a_6 = 0$ $(\xi = 0)$ model se svodi na model bez navika u potošnji.

Ocenjena serija tekućeg računa koja bi bila optimalna sa stanovištva ovog modela se dobija kao: $\overline{ca}_t = ca_{t-1} + \Delta \overline{ca}_t$, gde se ocenjena serija promena tekućeg računa $\Delta \overline{ca}_t$ dobija na osnovu istorijskih podataka o tekućem računu i investicijama i ocene parametara $\{c_1, ..c_6\}$ i serije podataka o šokovima η_t^w i η_t^c dobijenih ocenom modela prostora i stanja pomoću Kalmanovog filtera.

Fiskalni šokovi

U model je moguće uključiti i fiskalne šokove. Kao i kod produktivnosti, pretpostavimo da su fiskalni rashodi egzogeni i slede $AR(1)$ proces:

$$G_t^w = \xi^w G_{t-1}^w + v_t^w$$

$$G_t^c = \xi^c G_{t-1}^c + \upsilon_t^c$$

standardna pretpostavka u literaturi je da domaći fiskalni šokovi υ_t^c, nemaju efekat na domaće investicije, dok globalni fiskalni šokovi υ_t^w deluju na investicije preko uticaja na realne kamatne stope. Suprotno tome, globalni fiskalni šokovi nemaju uticaj na bilans tekućeg računa, a domaći fiskalni šokovi pogoršavaju spoljnu poziciju zemlje. Signalne (merne) jednačine modela koji uključuje fiskalne šokove imaju sledeću formu:

$$\Delta ca_t = c_1 + c_2 i_{t-1} + c_3 \Delta A_t^w + c_4 \Delta A_t^c + c_5 A_{t-1}^c + c_6 \Delta G_t^c + c_7 ca_{t-1} + \varepsilon_3 \tag{2.23}$$

$$\Delta i_t = d_1 + d_2 i_{t-1} + d_3 \Delta A_t^w + d_4 \Delta A_t^c + d_5 A_{t-1}^c + d_6 \Delta G_t^w + \varepsilon_4$$

2.2 Kalman filter i ocenjivanje parametara

U prethodnom odeljku prikazana je zapis tri intertemporalna modela tekućeg računa u formi prostora i stanja. U ovom delu prikaćemo kratku transformaciju modela prostora i stanja u slučaju modela sadašnje vrednosti koja ubrzava njihovo ocenjivanje i potom dati kratak sažetak procedure ocene modela pomoću Kalmanovog filtera. Prikaz je dat za model sadašnje vrednosti koji su formulisali Bouakez i Kano (2008):

$$ca_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} (\Delta no_s - \gamma r_s^* + \Delta q_s)$$

Prisetimo se da je model moguće zapisati kao sistem sa tri tranzicione (jednačine stanja) i tri merne (signalne) jednačine:

$$g_{t+1} = \phi_g g_t + \varepsilon_{t+1}^g$$

$$\mu_{t+1} = \phi_\mu \mu_t + \varepsilon_{t+1}^\mu$$

$$\tau_{t+1} = \phi_\tau \tau_t + \varepsilon_{t+1}^\tau$$

$$ca_t^* = B_1(L) g_t - B_2(L) \mu_t + B_3(L) \tau_t$$

$$\Delta no_{t+1} = g_t + \varepsilon_t^{\Delta no}$$

$$\Delta q_{t+1} = \tau_t + \varepsilon_t^{\Delta q}$$

gde su očekivanja varijabli data sa $E[\Delta no_{t+1}] = g_t$, $E[r_{t+1}^*] = \mu_t$ i $E[\Delta q_{t+1}] = \tau_t$. Ukoliko se izraz za tekući račun zameni u drugoj tranzicionoj jednačini (jednačini stanja), sistem se svodi na dve tranzicione (jednačine stanja) i tri merne (signalne) jednačine što olakšava ocenu modela. Ova zamena je moguća (videti Van Binsbergen i Koijen, 2010) pošto jednačina tekućeg računa nema grešku (jer modeli racionalnih očekivanja pripadaju grupi perfektno rešenih modela). Da bismo to pokazali, pomnožimo jednačinu očekivanja kamatne stope sa $B_2(L)$ i izrazimo $B_2(L)\mu_t$ iz jednačine tekućeg računa. Tranziciona jednačina (jednačina stanja) postaje:

$$B_2(L)\mu_t = B_2(L)\phi_\mu\mu_{t-1} + B_2(L)\varepsilon_t^\mu$$

a merna (signalna) jednačina:

$$B_2(L)\mu_t = -ca_t + B_1(L)g_t + B_3(L)\tau_t$$

Zamenom merne (signalne) jednačine u tranzicionu (jednačinu stanja) dobija se sledeći izraz:

$$\begin{gathered}
B_2(L)\mu_t = B_2(L)\phi_\mu\mu_{t-1} + B_2(L)\varepsilon_t^\mu \\
-ca_{t+1} + B_1(L)g_{t+1} + B_3(L)\tau_{t+1} = -\phi_\mu ca_t + \phi_\mu B_1(L)g_t + \phi_\mu B_3(L)\tau_t + B_2(L)\varepsilon_t^\mu \\
-ca_{t+1} + B_1(L)(\phi_g g_t + \varepsilon_{t+1}^g) + B_3(L)(\phi_\tau\tau_t + \varepsilon_{t+1}^\tau) = -\phi_\mu ca_t + \phi_\mu B_1(L)g_t + \\
+\phi_\mu B_3(L)\tau_t + B_2(L)\varepsilon_t^\mu \\
ca_{t+1} = \phi_\mu ca_t + (\phi_g - \phi_\mu)B_1(L)g_t + (\phi_\tau - \phi_\mu)B_3(L)\tau_t \\
+B_1(L)\varepsilon_{t+1}^g - B_2(L)\varepsilon_t^\mu + B_3(L)\varepsilon_{t+1}^\tau
\end{gathered}$$

Finalni sistem podrazumeva ocenjivanje sledećih jednačina:

$$\begin{gathered}
g_{t+1} = \phi_g g_t + \varepsilon_t^g \\
\tau_{t+1} = \phi_\tau\tau_t + \varepsilon_t^\tau \\
\Delta no_{t+1} = g_t + \varepsilon_{t+1}^{\Delta no} \\
\Delta q_{t+1} = \tau_t + \varepsilon_{t+1}^{\Delta q}
\end{gathered}$$

$$ca_{t+1} = \phi_\mu ca_t + (\phi_g - \phi_\mu)B_1(L)g_t + (\phi_\tau - \phi_\mu)B_3(L)\tau_t + B_1(L)\varepsilon_{t+1}^g - B_2(L)\varepsilon_t^\mu + B_3(L)\varepsilon_{t+1}^\tau$$

U matričnoj formi vektor varijabli stanja može se zapisati kao:

$$X_t = \begin{bmatrix} g_{t-1} \\ \tau_{t-1} \\ \varepsilon_t^{\Delta no} \\ \varepsilon_t^{\Delta q} \\ \varepsilon_t^g \\ \varepsilon_t^\mu \\ \varepsilon_t^\tau \end{bmatrix}$$

koji zadovoljava:

$$X_{t+1} = FX_t + \Gamma\varepsilon_{t+1}^X$$

gde su matrice:

$$F = \begin{bmatrix} \phi_g & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_\tau & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i

$$\varepsilon^X_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon^{\Delta no}_{t+1} \\ \varepsilon^{\Delta q}_{t+1} \\ \varepsilon^{g}_{t+1} \\ \varepsilon^{\mu}_{t+1} \\ \varepsilon^{\tau}_{t+1} \end{bmatrix}$$

Mernu jednačinu koja ima tri varijable $Y_t = [\Delta no_t \ \Delta q_t \ ca_t]$ moguće je zapisati kao:

$$Y_t = M_1 Y_{t-1} + M_2 X_t$$

gde su:

$$\begin{aligned} M_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_\mu \end{bmatrix} \\ M_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (\phi_g - \phi_\mu)B_1(L) & (\phi_\tau - \phi_\mu)B_3(L) & 0 & 0 & B_1(L) & -B_2(L) & B_3(L) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pošto su sve jednačine linearne i pretpostavljajući da šokovi imaju zajednički normalan raspored verovatnoće, ocena parametara modela je standardna i postiže se maksimiziranjem funkcije verodostojnosti primenom Kalmanovog filtera. Procedura Kalmanovog filtera u linearnom modelu sa normalnim rasporedom verovatnoće je dobro poznata i u nastavku je dat samo kratak prikaz koraka. Više detalja se može naći u Durbin i Koopman (2012).

Kalman filter omogućava ocenjivanje uslovnog rasporeda verovatnoće varijabli stanja u odnosu na sve raspoložive informacije u trenutku t: $X_{t+1}|Y_t$, za $t = 1, 2, ..T$. Pošto svi šokovi imaju normalan raspored verovatnoće, uslovni rasporedi verovatnoće su takođe normalni i mogu se karakterisati pomoću prva dva momenta uslovnog normalnog rasporeda verovatnoće: uslovne srednje vrednosti i uslovne varijanse. Kalmanov filter omogućava iterativno ocenjivanje prva dva uslovna momenta. Dobijene ocene prva uslovna momenta omogućavaju aproksimaciju nepoznate funkcije maksimalne verodostojnosti, čije maksimiziranje daje ocene parametara modela prostora i stanja. Pretpostavimo za trenutak da su matrice parametara poznate i da vektor $\mathbf{Y}_t$ označava sve (kumulirane) informacije do trenutka t: $\mathbf{Y}_t = [Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}....Y_0]$, gde Y_{t-1} označava podatke o tri merne promenljive u trenutku $t-1$. Kalmanov filter se sastoji iz nekoliko koraka:

1. Pomoću informacija raspoloživih do trenutka $t-1$ optimalna projekcija nepoznatog vektora varijabli stanja u periodu t je:

$$\widehat{X}_{t|t-1} = E\left[X_t|\mathbf{Y}_{t-1}\right] = F\widehat{X}_{t-1|t-1}$$

gde $\widehat{X}_{t-1|t-1}$ predstavlja vrednost vektora varijabli stanja iz prethodne iteracije. Polazna vrednost $X_{0|0}$ se obično uzima da je jednaka nuli.

2. Matrica srednje kvadratne greške projekcije iz koraka 1 je:

$$\widehat{P}_{t|t-1} = F\widehat{P}_{t-1|t-1}F' + \Gamma\Sigma\Gamma'$$

gde $\widehat{P}_{t-1|t-1}$ analogno predstavlja vrednost matrice srednje kvadratne greške iz prethodne iteracije. Polazna vrednost $P_{0|0}$ se obično uzima da je jednaka jediničnoj matrici.

3. Koristeći rezultate iz prethodnog koraka i zapis merne jednačine, optimalna projekcija vektora mernih promenljivih u periodu t je:

$$\widehat{Y}_{t|t-1} = E\left[Y_t|\mathbf{Y}_{t-1}\right] = M_1Y_{t-1} + M_2\widehat{X}_{t|t-1}$$

4. Greška projekcije merne promenljive je onda:

$$\widehat{\eta}_{t|t} = Y_t - \widehat{Y}_{t|t-1} = Y_t - M_1Y_{t-1} - M_2\widehat{X}_{t|t-1}$$

a matrica srednjih kvadratnih grešaka projekcije merne promenljive je:

$$\widehat{S}_{t|t} = M_2\widehat{P}_{t|t-1}M_2'$$

5. Uzimajući u obzir implicitnu grešku projekcije merne promenljive, optimalna projekcija vektora varijabli stanja u periodu t koristeći sada informacije i iz tekućeg perioda t (i svojstva multidimenzionalnog normalnog resporeda verovatnoće) je:

$$\widehat{X}_{t|t} = E\left[X_t|Y_t, \mathbf{Y}_{t-1}\right] = \widehat{X}_{t|t-1} + \widehat{P}_{t|t-1}M_2\widehat{S}_{t|t}^{-1}\widehat{\eta}_{t|t}$$

a matrica srednje kvadratne greške projekcije:

$$\widehat{P}_{t|t} = \widehat{P}_{t|t-1} - \widehat{P}_{t|t-1}M_2\widehat{S}_{t|t}^{-1}M_2\widehat{P}_{t|t-1}$$

6. Koristeći ažurirane ocene $\widehat{X}_{t|t}$, $\widehat{P}_{t|t}$ u koracima 1 i 2, dobijaju se nove ocene:

$$\widehat{X}_{t+1|t} = FE\left[X_t|Y_t, \mathbf{Y}_{t-1}\right] = F\widehat{X}_{t|t-1} + \widehat{K}_t\widehat{\eta}_{t|t}$$
$$\widehat{P}_{t+1|t} = F\widehat{P}_{t|t}F' + \Gamma\Sigma\Gamma$$

gde je matrica $K_t = \widehat{P}_{t|t-1}M_2\widehat{S}_{t|t}^{-1}$, poznata kao matrica Kalmanovog dobitka. Ponavljajući korake 1-6, ocene $\widehat{X}_{t+1|t}$, $\widehat{P}_{t+1|t}$ se mogu dobiti za ceo uzorak.

Pod pretposavkom normalnosti, logaritam funkcije verodostojnosti je jednak zbiru logaritama uslovnih funkcija normalne gustine rasporeda verovatnoće:

$$L_T = \ln f\left(Y_1\right) + \sum_{t=2}^{T} \ln f\left(Y_t|\mathbf{Y}_{t-1}\right)$$

gde su uslovne funkcije normalne gustine rasporeda verovatnoće:

$$f\left(Y_t|\mathbf{Y}_{t-1}\right) \sim N\left(M_1 Y_{t-1} + M_2 \widehat{X}_{t|t-1}, M_2 \widehat{P}_{t|t-1} M_2'\right)$$

Odnosno, koristeći svojstva normalnog rasporeda verovatnoće i prethodne korake, logaritam funkcije verodostojnosti u trenutku T zavisi od grešaka predviđanja $\widehat{\eta}_{t|t}$ i njihove matrice kovarijansi $\widehat{S}_{t|t}$:

$$L_T = -\sum_{t=1}^{T} \log(\det(\widehat{S}_{t|t})) - \sum_{t=1}^{T} \widehat{\eta}_{t|t} \widehat{S}_{t|t}^{-1} \widehat{\eta}_{t|t}'$$

Ocena vektora nepoznatih parametara Θ dobija se maksmiziranjem funkcije L_T. U slučaju modela Bouakez i Kano (2008): Θ je:

$$\Theta = (\phi_g, \phi_\mu, \sigma_g^2, \sigma_\mu^2, \sigma_{\Delta no}^2, \sigma_{g,\mu}, \sigma_{g,\Delta no}, \sigma_{\mu,\Delta no})$$

Prethodno opisan način predvidjanja vektora varijabli stanja se zasniva samo na informacijama iz prošlosti. U primeni može se koristiti i pun uzorak ponavljajući korake 1-6 unazad nakon inicijalne ocene $\widehat{X}_{T|T}$ i maksimiziranjem logaritma funkcije verodostojnosti nakon toga.

2.3 Identifikacija

U ovom delu verifikujemo da su svi parametri modela prostora i stanja identifikovani. Čitalac koji je više zainteresovan za ocenjivanje intertemporalnih modela, a manje za ekonometrijske uslove može preskočiti ovaj deo.

Identifikacija modela zavisi od dinamike merne promenljivih (za koje postoje raspoloživi podaci) i matrice varijansi i kovarijansi. Dokaz podrazumeva prevođenje modela prostora i stanja u odgovarajući vektorski autoregresivni model pokretnih proseka (VARMA) zapis. Radi jednostavnosti identifikacija je data na primeru osnovnog intertemporalnog modela.

Osnovni model implicira odgovarajuću VARMA reprezentaciju za merne promenljive $[\Delta no_{t+1}\ ca_{t+1}]$ koja proizilazi iz jednačina: 2.1-2.3. Po uzoru na Morley, Nelson i Zivot (2003) moguće je pokazati da je sistem identifikovan. Na početku tranzicionu jednačinu (jednačinu stanja) očekivanja (2.1) potrebno je zapisati u ARMA formi:

$$\begin{aligned} g_{t+1} &= \phi_{1g} g_t + \phi_{2g} g_{t-1} + \varepsilon_{t+1}^g \\ g_{t+1} - \phi_{1g} g_t - \phi_{2g} g_{t-1} &= \varepsilon_{t+1}^g \\ (1 - \phi_{1g} L - \phi_{2g} L^2) g_{t+1} &= \varepsilon_{t+1}^g \end{aligned}$$

gde je L operator docnje definisan tako da je $g_t = L g_{t+1}$. Sada je iz gornjeg izraza moguće izraziti g_t kao funkciju slučajne greške:

$$g_{t+1} = \frac{\varepsilon_{t+1}^g}{1 - \phi_{1g} L - \phi_{2g} L^2}$$

Zamenimo sada tranzicionu jednačinu (jednačinu stanja) u mernim (signalnim) jednačinama za Δno (2.2) i ca (2.3):

$$\Delta no_{t+1} = g_t + \varepsilon^{\Delta no}_{t+1} = L\frac{\varepsilon^{g}_{t+1}}{1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2} + \varepsilon^{\Delta no}_{t+1} = L\frac{\varepsilon^{g}_{t+1}}{\Phi_g(L)} + \varepsilon^{\Delta no}_{t+1} \tag{2.24}$$

gde je $\Phi_g(L) = 1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2$.

Druga jednačina postaje:

$$ca_{t+1} = B_{11}g_t + B_{12}g_{t-1} = B_{11}\frac{\varepsilon^{g}_{t+1}}{\Phi_g(L)} + B_{12}\frac{L\varepsilon^{g}_{t+1}}{\Phi_g(L)} = (\frac{B_{11}}{\Phi_g(L)} + \frac{B_{12}L}{\Phi_g(L)})\varepsilon^{g}_{t+1} \tag{2.25}$$

Da bi se izvela VARMA forma gornje dve jednačine (2.24 i 2.25) je potrebno pomnožiti sa $\Phi_g(L)$:

$$\Phi_g(L)\Delta no_{t+1} = L\varepsilon^{g}_{t+1} + \Phi_g(L)\varepsilon^{\Delta no}_{t+1}$$
$$\Phi_g(L)ca_{t+1} = (B_{11} + B_{12}L)\varepsilon^{g}_{t+1}$$

ili u matričnom zapisu:

$$\begin{bmatrix} \Phi_g(L) & 0 \\ 0 & \Phi_g(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & \Phi_g(L) \\ B_{11}+B_{12}L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^{g}_{t+1} \\ \varepsilon^{\Delta no}_{t+1} \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

Levu stranu izraza (2.26) moguće je zapisati kao:

$$\begin{bmatrix} x_{1t+1} \\ x_{2t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_g(L) & 0 \\ 0 & \Phi_g(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{bmatrix}$$

Onda je prema Grejndžerovoj lemi (Granger i Newbold, 1986):

$$\begin{bmatrix} x_{1t+1} \\ x_{2t+1} \end{bmatrix} = (C + DL + EL^2)V_{t+1} \tag{2.27}$$

Gde su C, D i E matrice parametara koji se nalaze uz 1, L i L^2 respektivno, u izrazu:

$$\begin{bmatrix} L & \Phi_g(L) \\ B_{11}+B_{12}L & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2 \\ B_{11}+B_{12}L & 0 \end{bmatrix}$$

Tako je:

$$\begin{aligned} C &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ B_{11} & 0 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 1 & -\phi_{1g} \\ B_{12} & 0 \end{bmatrix} \\ E &= \begin{bmatrix} 0 & -\phi_{2g} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Iz izraza (2.27) je moguće identifikovati druge momente potrebne za identifikaciju matrice varijansi i kovarijansi:

$$var\begin{pmatrix} x_{1t+1} \\ x_{2t+1} \end{pmatrix} = C\Omega C' + D\Omega D' + E\Omega E'$$

$$cov\begin{pmatrix} x_{1t+1} & x_{1t} \\ x_{2t+1} & x_{2t} \end{pmatrix} = cov(C + DL + EL^2, CL + DL^2 + EL^3) = D\Omega C' + E\Omega D'$$

$$cov\begin{pmatrix} x_{1t+1} & x_{1t-1} \\ x_{2t+1} & x_{2t-1} \end{pmatrix} = cov(C + DL + EL^2, CL^2 + DL^3 + EL^4) = E\Omega C'$$

$$cov\begin{pmatrix} x_{1t+1} & x_{1t-2} \\ x_{2t+1} & x_{2t-2} \end{pmatrix} = cov(C + DL + EL^2, CL^3 + DL^4 + EL^5) = 0$$

Prema Grejndžerovoj i Newbold-ovoj teoremi (Granger i Newbold, 1986) struktura drugih momenata implicira da je $\begin{pmatrix} x_{1t+1} \\ x_{2t+1} \end{pmatrix}$ $VMA(2)$ proces. Identifikovanost modela proizilazi iz konačanosti procesa, pa je parametre matrice kovarijansi Ω, $\sigma^2_{g,,}$ $\sigma^2_{\Delta no}$ i $\sigma_{g,\Delta o}$, moguće identifikovati iz strukture drugih momenata $VMA(2)$ procesa. AR parametri u modelu, ϕ_{1g} i ϕ_{2g} su identifikovani pomoću AR strukture $\begin{pmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{pmatrix}$.

3 Testovi intertemporalnog modela

U prethodnom delu prikazane su metode kojima se mogu dobiti ocena serije tekućeg računa koja bi bila optimalna sa stanovištva određenog modela. U nastavku ćemo prikazati osnovne statističke testove koji su korišćeni u literaturi za testiranje odredjenih implikacija intertemporalnih modela gde odbacivanje odgovarajuće nulte hipoteze implicira diskreditaciju konkretnog modela. Prvo će biti prikazani testovi koji se direktno mogu primeniti na raspoloživim podacima o tekućem računu i drugim ključnim varijablama konkretnog modela, a potom testovi koji se primenjuju na ocenama VAR modela.

3.1 Test ortogonalnosti

Test ortogonalnosti (u literaturi poznat i kao R-test, videti npr. Campa i Gavilan, 2011) proverava da li su ispunjena ograničenja koja proizilaze iz relacije sadašnje vrednosti. U modelima sadašnje vrednosti razlika između stvarnog tekućeg računa i tekućeg računa koji model implicira ne sme biti predvidiva imajući u vidu sve raspoložive informacije koje agenti mogu imati u odredjenom trenutku, što je moguće pokazati i formalno manipulacijom jednačine tekućeg računa (videti Dodatak). Razlika između očekivane vrednosti tekućeg računa u periodu t i $t-1$ u slučaju osnovnog modela, $\sum_{s=t+1}^{\propto} \beta^{s-t}\{E_t(\Delta no_s) - E_{t-1}(\Delta no_s)\}$, jednaka je R statistici $R \equiv ca_t - \Delta no_t - (1+r)ca_{t-1}$, gde je r realna kamatna stopa koja je povezana sa diskontnim faktorom kroz relaciju $\beta = \dfrac{1}{1+r}$. Drugačije rečeno, R statistika treba da odražava informacije koje su postale dostupne od perioda $t-1$ do perioda t. Ovu teorijsku implikaciju je moguće testirati putem regresije R statistike na docnje neto BDP-a i tekućeg računa i testiranjem nulte hipoteze prema kojoj ove informacije nemaju statistički značajan uticaj na vrednost R statistike.[36]

3.2 Dugoročne jednačine predviđanja

Implikacije modela sadašnje vrednosti se alternativno mogu testirati pomoću testova dugoročne predvidivosti (engl. *long-horizon predictability tests*). Testovi ovog tipa se uobičajeno koriste u finansijskoj literaturi, i nisu osetljivi na visok nivo perzistentnosti serija (Rossi, 2007). Oni se baziruju na postojanju dugoročne veze između fundamenata modela i tekućeg računa, prema kojoj sadašnje vrednosti tekućeg računa imaju (ukoliko je model tačan) sposobnost predviđanja budućih dugoročnih kretanja u fundamentima. Intuicija se može ukratko prikazati na primeru osnovnog intertemporalnog modela. Invertujmo MA polinom docnji u jednačini (2.26) da bismo dobili AR zapis:

$$\begin{bmatrix} 1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2 & 0 \\ 0 & 1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta no_{t+1} \\ ca_{t+1} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} L & 1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2 \\ (-\frac{\beta}{1-\beta\phi_{1g}-\beta^2\phi_{2g}} - \frac{\beta^2\phi_{2g}}{1-\beta\phi_{1g}-\beta^2\phi_{2g}})L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^{g}_{t+1} \\ \varepsilon^{\Delta no}_{t+1} \end{bmatrix}$$

Ukoliko se uvede smena $k = -\frac{1}{1-\beta\phi_{1g}-\beta^2\phi_{2g}}$, autoregresivna jednačina tekućeg računa se može zapisati kao:

$$\begin{aligned} ca_{t+1} - \phi_{1g}ca_t - \phi_{2g}ca_{t-1} &= (k\beta + kL\beta^2\phi_{2g})\varepsilon^{g}_{t+1} \\ ca_{t+1} &= \phi_{1g}ca_t + \phi_{2g}ca_{t-1} + (k\beta + kL\beta^2\phi_{2g})\varepsilon^{g}_{t+1} \end{aligned}$$

Odatle je moguće izraziti grešku ε^{g}_{t+1} (i zameniti je kasnije u izrazu za neto proizvodnju):

$$\varepsilon^{g}_{t+1} = \frac{(1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2)}{(k\beta + kL\beta^2\phi_{2g})}ca_{t+1}$$

Analogno, autoregresivna jednačina za Δno je:

$$\begin{aligned} (1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2)\Delta no_{t+1} &= L\varepsilon^{g}_{t+1} + (1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2)\varepsilon^{\Delta no}_{t+1} \\ &= \frac{(1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2)}{(k\beta + kL\beta^2\phi_{2g})}Lca_{t+1} + (1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2)\varepsilon^{\Delta no}_{t+1} \end{aligned}$$

Ukoliko se gornji izraz podeli sa $1-\phi_{1g}L-\phi_{2g}L^2$ dobija se jednačina promene neto proizvodnje:

$$\Delta no_{t+1} = \frac{ca_t}{(k\beta + kL\beta^2\phi_{2g})} + \varepsilon^{\Delta no}_{t+1} \tag{3.1}$$

[36] R statistika je u modelu Bouakez i Kano (2008) $R_t \equiv ca_t - (\Delta no_t - \gamma r^*_t - (1-a)\Delta q_t) - \frac{1}{\beta}ca_{t-1}$;Bergin i Sheffrin (2000) $R_t \equiv ca_t - (\Delta no_t - \gamma r^*_t) - \frac{1}{\beta}ca_{t-1}$; Gruber (2004) $R_t \equiv ca_t - \Delta no_t - \frac{1}{\beta}ca_{t-1} - \delta[ca_{t-1} - \Delta no_{t-1} - \frac{1}{\beta}ca_{t-2}]$

Izraz (3.1) je u osnovi modela sadašnje vrednosti prema kome sadašnja vrednost tekućeg računa sadrži informaciju o kretanju neto proizvodnje u narednom periodu.

Primena testa dugoročne predvidivosti stoga podrazumeva ocenjivanje parametra β_h i računanje odgovarajućih intervala poverenja u dugoročnoj regresiji oblika:

$$\sum_{j=1}^{h} \frac{\Delta no_{t+j}}{j} = \beta_h ca_t + \xi_{t,h}$$

gde, h predstavlja horizont predviđanja, a parametar β_h pokazuje sposobnost tekućeg računa da predvidi buduće kretanje neto proizvodje. Ukoliko je teorija tačna, tekući račun danas reflektuje očekivanja o budućem kretanju fundamenata, pa bi vrednost intervala poverenja parametra β_h trebalo da sadrži -1. Pod nultom hipotezom da model ne važi vrednost parametra β je jednaka 0.

Parametar β_h je funkcija najvećeg autoregresivnog korena regresora (u ovom slučaju tekućeg računa):

$$\beta_h = \beta \sum_{j=0}^{h-1} \rho^j$$

Ukoliko je serija visoko perzistentna to utiče na ocenu ovog testa. Rossi (2007) predlaže način za korigovanje intervala poverenja koji je validan čak i kada je nezavisna varijabla visoko perzistentna. Test se odvija u dva koraka. U prvom pomoću inverzije testa jediničnog korena (Elliot et al, 1996) dobija se ocena intervala poverenja za najveći autoregresivni koren. U narednom koraku dobijena ocena se koristi za korekciju intervala poverenja parametra β, koji je dobijen primenom tehnike ocene koju predlažu Campbell i Yogo (2006).[37]Efikasnost testa raste sa povećanjem horizonta predviđanja h. Dodatna prednost ovog testa je i mogućnost testiranja zajedničke hioteze predvidivosti za različite horizonte.

3.3 Grejndžerova uzročnost

Prema modelu sa racionalnim očekivanjima tekući račun sadrži informacije o budućem kretanju fundamenata. Osim putem dugoročnih regresija predviđanja, ovu teorijsku postavku moguće je testirati i pomoću koncepta Grejndžerove uzročnosti. Varijabla X uzrokuje varijablu Y u Grejndžerovom smislu ukoliko pruža statistički značajne informacije o kretanju Y u prisustvu docnji Y (Granger, 1988). Ukoliko model važi, tekući račun bi trebalo da uzrokuje u Grejndžerovom smislu buduće kretanje fundamenata, dok obrnuta uzročnost ne bi trebalo da važi.

Ovaj test u svom naprostijem linearnom obliku regresira Y na docnje Y i X i testira da li su svi koeficijenati uz docnje X jednaki 0. U slučaju osnovnog modela na primer to znači testiranje statističke značajnosti koeficijenata uz docnje tekućeg računa u regresiji promene neto proizvodnje na iste. Osnovna razlika izmedju testova Grejdžerove uzročnosti i testova dugoročne predvidivosti je u vremenskom horizontu. Testovi Grejdžerove uzročnosti uključuju konačan broj docnji i defakto testiraju predvidivost u tom

[37]Rossi (2007) zapravo predlaže nekoliko procedura za dobijanje ocene autoregresivnog korena i parametara, a dve procedure pomenute u radu daju najefikasnije ocene.

(kraćem) vremenskom horizontu[38], dok se testovi dugoročne predvidivosti fokusiraju na duži vremenski horiziont od nekoliko i više godina.

3.4 Test ograničenja

Prethodni tipovi testova se mogu sprovesti bez direktnog ocenjivanja serije tekućeg računa koja bi bila optimalna iz perspektive određenog intertemporalnog modela sadašnje vrednosti. U slučaju VAR ocene modela sadašnje vrednosti, implikacije intertemporalnih modela se mogu testirati putem testiranja restrikcija koje modeli postavljaju na parametre ocenjenog VAR-a. U slučaju osnovnog modela prisetimo se da je izvdenu seriju optimalnog tekućeg računa moguće zapisati kao:

$$\overline{ca}_t = -\beta d' A[I - \beta A]^{-1} Z_t = k Z_t$$

gde je A matrica ocenjenih parametara, β diskontni faktor, Z_t vektor varijabli modela, I jedinična matrica, d vektor selekcije, a k vektor parametara jednak izrazu pre Z_t nakon prvog znaka jednakosti. Istaknimo još jednom da kZ_t nije projekcija tekućeg računa iz VAR modela, već proizvod restrikcije iz ekonomske teorije i serija korišćenih za ocenu VAR modela. Ukoliko osnovni model važi, parametar uz varijablu tekućeg računa u vektoru k ima vrednost 1, dok ostali parametri u vektoru k trebaju da budu jednaki 0. Vektor parametera k je kao što vidimo (zbog invertovanja) nelinearna funkcija osnovnih VAR parametara što uslovljava način formulisanja odgovarajuće test statistike. U praksi se najčešće koristi Wald test uz pomoć delta metoda za aproksimaciju jakobijana, ali je moguće koristiti i standardne linearne Wald, racio verodostojnosti testove, kao i test Lagranžeovog multiplikatora uz odgovorajuću transformaciju nulte hipoteze. Visoka perzistentnost serije tekućeg računa može da utiče na kvalitet aproksimacije i rezultate nelinearnog Wald testa. U tom slučaju primena butstrap tehnika može biti korisna za unapređenje pouzdanosti testova u uzorcima ograničene veličine.

[38] Za alternativne načine testiranja Grejndžerove uzročnosti, odnosno, uslovne nezavisnosti koji pokrivaju duži (beskonačni) vremenski horizont videti Bierens (1990).

Deo IV

Ocene teorijskih modela tekućeg računa

Ovaj deo monografije ocenjuje osnovne intertemporalne modele tekućeg računa koji su prikazani u drugom poglavlju na podacima tri otvorene ekonomije: Velike Britanije, Kanade i Australije. Izbor zemalja je vođen činjenicom da su ove zemlje najčešće bile predmet analize u do sada sprovedenim istraživanjima različitih teorijskih modela tekućeg računa, što omogućava direktnu uporedivost sa ostalim studijama i eleminiše mogućnost da su dobijeni rezultati vođeni (subjektivnom) kalibracijom određenih parametara. U prvom delu ovog poglavlja su date osnovne informacije o raspoloživim podacima. Potom su prikazani rezultati statističkih testova na naglaskom na modele sadašnje vrednosti. U poslednjem i primarnom delu ovog poglavlja prikazane su ocene alternativnih modela korišćenjem modela prostora i stanja, sa naglaskom na doprinosima pojedinačnih fundamenata u ukupnom kretanju tekućeg računa.

1 Podaci

U primeru su korišćeni kvartalni podaci za tri otvorene ekonomije: Veliku Britaniju, Kanadu i Australiju u periodu od 1969Q1–2013Q3.[39] Izbor zemalja je isti kao i u ranije sprovedenim istraživanjima (Bergin i Sheffrin, 2000, Bouakez i Kano, 2008). U skladu sa tim u radu su korišćeni anualizovani desezonirani podaci.

Najveći deo padataka preuzet je iz baze podataka Međunarodnog monetarnog fonda (*IMF IFS*) i baze Organizacije za ekonomsku saradnju i razvoj (*OECD stat*). Fiskalni podaci su preuzeti sa sajtova nacionalnih statističih zavoda. Varijable uključene u analizu su definisane na sledeći način:

Neto BDP (Δno_t) je logaritam nominalnog BDP-a (Y_t) umanjen za državnu potrošnju (G_t) i investicije (I_t). Tekući račun bilansa plaćanja (ca_t) se definiše kao razlika između logaritma neto BDP-a i logaritma privatne potrošnje (C_t). Fiskalni bilans je izračunat kao razlika logaritmovanih prihoda i rashoda države. Sve varijable su podeljene brojem stanovnika, kako bi se podaci prilagodili pretpostavci reprezantativnog potrošača i deflatorom BDP-a iz 2005. Izvor ovih podataka je MMF (*IMF IFS*).

Realna kamatna stopa koju plaćaju potrošači, r_t^* , izračunava se pomoću svetske realne kamatne stope i očekivanih promena realnog deviznog kursa pojedinačnih zemalja. Svetska realna kamatna stopa (r_t) predstavlja BDP-om ponderisani prosek realnih kamatnih stopa zemalja G7. Realne kamatne stope u pojedinačnim zemljama su izračunate kao razlika između kratkoročne nominalne kamatne stope (stope na trezorske zapise ili ekvivalentne kratkoročne kamatne stope) i očekivane inflacije. Pri tome je očekivana inflacija izračunava na osnovu projekcije iz $AR(6)$ modela.[40] Serija realnog deviznog kursa je konstruisana množenjem nominalnog efektivnog kursa zasnovanog na jediničnim troškovima rada (inflaciji u slučaju Australije) i odnosa indeksa domaćih i stranih cena. Kao i u slučaju inflacije očekivana vrednost realanog deviznog kursa je izračunata pomoću AR(6) modela. Finalna serija sadrži logaritmovane promene deviznog kursa. Izvor svih podataka je baza MMF-a.

Odnosi razmene su izračunati kao količnik izvoznog i uvoznog deflatora. U analizi je korišćena prva diferenca logaritma ove serije. Izvor podataka je OECD.

[39] U literaturi postoji saglasnost da empirijske ocene intertemporalnog modela tekućeg računa koje koriste godišnje podatke daju iskrivljenu sliku (videti npr. Nason i Rogers, 2006 ili Bergin, 2013).

[40] Alternativno, očekivanu inflaciju je moguće dobiti ocenom VAR modela po uzoru na Savić et al (2016).

Produktivnost je merena pomoću Solow reziduala. Serija je zasnovana na podacima o realnom BDP-u i broju zaposlenih objavljenim od strane OECD-a.[41] Mera produktivnosti formirana je kao rezidual iz Cobb-Douglas proizvodne funkcije:

$$lnY - \pi lnL - (1 - \pi)lnK$$

gde je Y nivo realne proizvodnje, L broj zaposlenih, a π je udeo rada u proizvodinji. Svi podaci preuzeti su iz baze OECD-a. Kako kvartalni podaci o kapitalnom stoku (K) nisu dostupni, njegove promene su aproksimirane trendom realnog BDP-a, po uzoru na Glick i Rogoff (1995). Trend je izračunat primenom *Hodrick-Prescott* filtera sa parametrom izglađenosti koji je jednak 100.[42] Globalna mera produktivnosti je izražena kao BDP-om ponderisani prosek zemalja G7. Relativna produktivnost za svaku državu formirana je kao odstupanje od ovog proseka.

Kako je fokus rada na dinamičkim implikacijama modela, sve relevantne varijable su uključene u vidu odstupanja od proseka uzorka.[43]

Izvođenje optimalne serije tekućeg računa zahteva dodatne ocene pojedinih modelskih parametara. Dati parametri zajedno sa kalibrisanim vrednostima su prikazani u Tabeli 4.1. U literaturi postoji širok opseg ocena intertemporalne elastičnosti supstitucije (γ) koje se razlikuju u zavisnosti od konteksta analize i načina na koji su dobijene. U makroekonomskim modelima vrednost ovog parametra je niža, s obzirom da on određuje reakciju potrošnje na promene u kamatnoj stopi. Sa druge strane u finansijskoj literaturi inverzna vrednost ovog parametra meri relativnu averziju ka riziku, što ide u prilog specificiranju nešto viših vrednosti (Bergin i Sheffrin, 2000). U skladu sa istraživanjima koja su do sada koristila model sa varijabilnim kamatnim stopama i deviznim kursevima (poput Campa i Gavilan, 2011) korišćena je vrednost od $0,1$ u svim zemljama[44] Učešće razmenljivih dobara u potrošnji je $0,5$ u svim zemljama, po uzoru na rad Bergin i Sheffrin (2000). Campa i Gavilan (2011) ističu da rezultati nisu osetljivi na promenu ove pretpostavke. Subjektivni diskontni faktor (β) je izračunat pomoču realne kamatne stope kao $\dfrac{1}{1+\bar{r}}$, gde $\bar{r}$ predstavlja njenu prosečnu vrednost. Vrednost od $0,989$ je nešto viša od one korišćene u prethodnim studijama, a rezultat je niskih kamatnih stopa u toku poslednje decenije. Parametar (λ) koji određuje učešće nerikardijanskih agenata u populaciji određen je u skladu sa ocenama rada Bussiere et al. (2010). Obzirom da se Australija ne nalazi u uzorku koji Bussiere et al. (2010) analiziraju, za vrednost parametra korišćeno je učešće od 14%, što je prosek zemalja G7, dok je učešće u Kanadi i Velikoj Britaniji 5% i 2%, respektivno. Ocene nivoa navika u potrošnji razlikuju se u zavisnosti od konteksta istraživanja. Radovi koji se bave vrednovanjem aktive koriste nešto viši nivo navika (videti Campbell i Cochrane, 1999, i diskusiju u tom radu), dok

[41] Postoje različiti načini merenja produktivnosti. Glick i Rogoff (1995), čija se analiza zasniva na godišnjim podacima, koriste proizvodnju i radne sate u prerađivačkoj industriji. Zbog ograničene dostupnosti kvartalnih podataka ovih serija u radu je korišćena pomenuta mera.

[42] Glick i Rogoff (1995) ističu da uključivanje kapitalnih inputa ne bi proizvelo značajno drugačije rezultate, budući da su kratkoročna kretanja kapitala u razvijenim zemljama relativno mala u odnosu na kratkoročna kretanja rada.

[43] Teorija sugeriše da bi u velikom uzorku srednja vrednosti tekućeg računa trebalo da bude jednaka $-\frac{1}{r}\Delta NO$. To znači da zemlja ne može da ima perzistentan nivo tekućeg računa u uzorku u kome neto proizvodnja ima rastući trend. Međutim, u praksi je to često slučaj. Ovaj problem je u literaturi rešen uključivanjem u analizu serija tekućeg računa i neto proizvodnje u vidu odstupanja od proseka uzorka.

[44] U slučaju višeg nivoa intertemporalne elastičnosti supstitucije, volatilnost tekućeg računa u odnosu na volatilnost stvarnih podataka se smanjuje, a to pogoršava ocenu modela.

istraživanja koja su se prethodno bavila ocenama ovog parametra u kontekstu tekućeg računa nalazi nešto niže nivoe (Gruber, 2002). Zbog toga se parametar ocenjuje direktno u modelu šokova u produktivnosti. Ocenjene vrednosti nalaze se između prethodno dobijenih ocena u dva pravca literature, a parametar navika u potrošnji je najveći u Velikoj Britaniji $0,94$, a najniži u Australiji $0,78$.

Tabela 4.1. Parametri modela

Parametar	Australija	Kanada	Velika Britanija
Intertemporalna elastičnost supstitucije (γ)	0,10	0,10	0,10
Udeo razmenljivih dobara u priv. potrošnji (a)	0,50	0,50	0,50
Subjektivni diskontni faktor ($\beta = \dfrac{1}{1+\bar{r}}$)	0,989	0,989	0,989
Udeo nerikardijanskih agenata u ukupnoj popul. (λ)	0,14	0,05	0,02
Stepen navika u potrošnji (δ)	0,78	0,84	0,94

Napomena: Pretpostavke autora na osnovu prethodnih istraživanja.

Pre ocenjivanja i testiranja modela neophodno je proveriti i nivo integrisanosti serija pošto ocenjivanje parametara standardnim Kalmanovim filterom zahteva da su stacionarnost svih serija.[45] U analizi su korišćeni prošireni Diki-Fuler-ov test (engl. *Dickey i Fuller*) i test Filipsa i Perona (engl. *Phillips i Perron*) koji uvažava postojanje autokorelacije višeg reda. Rezultati oba testa odbacuju hipotezu nestacionarnosti u gotovo svim slučajevima (Tabela 4.2). Dva izuzetka su serije tekućeg računa i fiskalnog bilansa Kanade. Međutim, ove serije karakteriše izraženi strukturni lom, što se negativno odražava na snagu testa da odbaci nultu hipotezu. Ocene primenom testa jediničnog korena koji su formulisali Zivot i irews (1992), a koji uvažava postojanje loma, sa visokim nivoom značajnosti odbacuju nestacionarnost obe serije.

Sa druge strane, rezultati testa ukazuju na nestacionarnost serija globalne i lokalne produktivnosti u svim slučajevima osim u Velikoj Britaniji. Prethodno sprovedena istraživanja su zbog toga koristila promene u produktivnosti. Činjenice da model razmatra šokove u produktivnosti i da je serija produktivnosti u Velikoj Britaniji stacionarna, idu u prilog upotrebi modela prostora i stanja koji istovremeno ocenjuje veličinu šoka i datu ocenu, umesto promene u produktivnosti, koristi u analizi efekata na tekući račun.

2 Rezultati statističkih testova

Nakon što je proveren stepen integrisanosti pojedinačnih serija, u ovom delu su primenjeni različiti testovi modela tekućeg računa. Cilj ovog dela analize je da utvrdi da li se pojedini modeli mogu odbaciti na osnovu testiranja određenih pretpostavki modela i pre njihovog formalnog ocenjivanja korišćenjem modela prostora i stanja.

U Tabeli 4.3 i 4.4. predstavljeni su rezultati prvih testova različitih modela sadašnje vrednosti za Australiju, Kanadu i Veliku Britaniju. U cilju ilustracije osnovnih koncepata prikazani su rezultati testova dva modela sadašnje vrednosti koji obuhvataju sve ostale modele unutar klase modela sadašnje vrednosti. Reč je o modelu sa neseparabilnim preferencijama koji uključuje i fiskalnu politiku (Bussiere et al, 2004) i modelu sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku (isoelastična funkcija korisnosti) koji

[45] Ocena modela prostora i stanja modifikacijom Kalmanovog filtera je data u Durbin i Koopman (2012).

vrši diferenciranje između razmenljivih i nerazmenljivih dobara (Bouakez i Kano, 2008). Ostali modeli sadašnje vrednosti su obuhvaćeni ovim modelima i mogu se iskazati kao njihove uprošćene verzije. Testovi nisu primenjeni na modelu rasta produktovnosti uzimajući u obzir njihovu validnost samo u slučaju modela sadašnje vrednosti. Model rasta produktivnosti je međutim ocenjen u narednom delu gde analiziramo njegove relativne performanse.

Tabela 4.2. Rezultati testova jediničnog korena:

Varijabla	Australija	Kanada	Velika Britanija
Tekući račun (ca)			
ADF	0,000***	0,182	0,039**
PP	0,001***	0,191	0,039**
Zivot-irews		0,000***	
Kamatna stopa ($r*$)			
ADF	0,000***	0,030**	0,000***
PP	0,000***	0,000***	0,000***
Odnosi razmene ($\Delta q*$)			
ADF	0,000***	0,000***	0,037**
PP	0,000***	0,000***	0,005***
Neto proizvodnja (Δno)			
ADF	0,000***	0,000***	0,000***
PP	0,000***	0,000***	0,000***
Fiskalni bilans ($T_t + rB_t^G - G_t$)			
ADF	0,084*	0,134	0,021**
PP	0,025**	0.128	0,060*
Zivot-irews		0.001***	
Produktivnost (A^c)			
ADF	0,866	0,715	0,058*
PP	0,899	0,839	0,266
Globalna produktivnost (A^w)			
ADF		0,857	
PP		0,874	

Napomene: Tabela prikazuje $p-$vrednosti odgovarajućih testova. ADF: prošireni Diki-Fulerov test; PP: Filips-Peronov test; Zivot-irews: Zivot-irjuzov test jediničnog korena pri strukturalnom nulu. U svim testovima nulta hipoteza je postojanje jediničnog korena u seriji. *,**.***, označavaju statističku značajnost na 10, 5 i 1%. Uzorak pokriva period 1969Q1-2013Q3.

Tabela 4.3. prikazuje p-vrednost R-testa sa dve docnje modela sadašnje vrednosti. Dve docnje su uključene na osnovu AIC kriterijuma, ali rezultati nisu osetljivi na variranje u broju uključenih docnji. Rezultati u velikoj meri podržavaju modele koji su testirani. Docnje zavisne varijable i determinanti nemaju objašnjavajuću moć za promene očekivanja tekućeg računa između dva perioda. Nulta hipoteza je odbačena samo u slučaju modela sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku u Velikoj Britaniji i sugeriše da model ne obuhvata sve sistemske informacije koje mogu da utiču na razliku između prethodne i sadašnje očekivane vrednosti tekućeg računa.

Tabela 4.4. prikazuje p-vrednosti linearnog Grejndžerovog testa uzročnosti za oba modela sadašnje vrednosti u sve tri zemlje. Broj docnji promenljivih je odabran na osnovu AIC kriterijuma. U sve tri zemlje rezultati ukazuju da tekući račun u Grejndžerovom smislu uzrokuje kretanje fundamenata (prema oba modela) što pruža podršku ocenjenim modelima sadašnje vrednosti. Pored toga, vidimo da prethodne vrednosti fundamenata ne uzrokuju sadašnje vrednosti tekućeg računa u Grejndžerovom smislu, u skladu sa teoretskim postavkama.

Tabela 4.3. R test modela sadašnje vrednosti:

Zemlja/Model	Neseparabilne preferencije.	Isoelastična. f-ja korisnosti
Australija		
$R - test$	0,57	0,24
Kanada		
$R - test$	0,19	0,34
Velika Britanija		
$R - test$	0,96	0,01***

Napomene: Tabela prikazuje $p-$vrednosti R testa definisanog u prethodnom poglavlju. *,**.***, označavaju statističku značajnost na 10, 5 i 1%. Uzorak pokriva period 1969Q1-2013Q3.

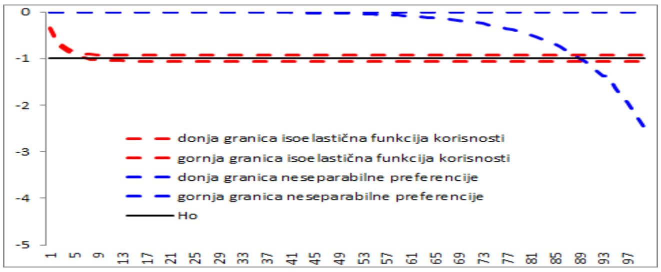
Tabela 4.4. Rezultati testa Grejndžerove uzročnosti:

Zemlja/Model	Neseparabilne pref.	Isoelastična f-ja korisn.
Australija		
ca_t ne uzrokuje fundamente	0,00***	0,00***
Fundamenti ne uzrokuju ca_t	0,85	0,11
Broj docnji (AIC krterijum)	3	2
Kanada		
ca_t ne uzrokuje fundamente	0,03**	0,04**
Fundamenti ne uzrokuju ca_t	0,84	0,51
Broj docnji (AIC krterijum)	5	2
Velika Britanija		
ca_t ne uzrokuje fundamente	0,01**	0,01**
Fundamenti ne uzrokuju ca_t	0,98	0,76
Broj docnji (AIC krterijum)	2	2

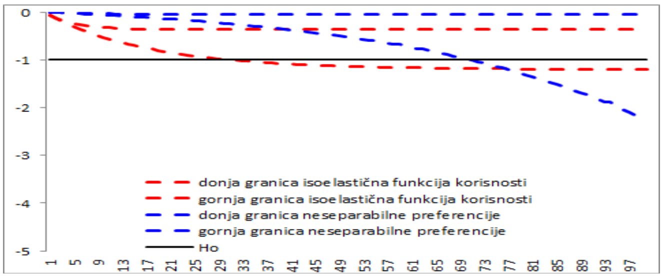
Napomene: Tabela prikazuje $p-$vrednosti linearnog testa Grejndžerove uzročnosti definisanog u prethodnom poglavlju. *,**.***, označavaju statističku značajnost na 10, 5 i 1%. Uzorak pokriva period 1969Q1-2013Q3.

R-test i testovi Grejndžrove uzročnosti u osnovi testiraju kratkoročne implikacije modela. U cilju provere validnost pretpostavki modela u dugom roku, u nastavku su prikazani rezultati testa prediktivne moći (dugoročnih regresija predviđanja) primenom metodologije date u Rossi (2007). Na Grafikonu 4.1. su prikazani intervali poverenja za parametre u dugoročnim regresijama predviđanja. Modeli sadašnje vrednosti tekućeg računa impliciraju da interval poverenja u regresiji sadašnje vrednosti budućih fundamenata na tekući račun sadrži vrednost -1 tj. da tekući račun ima moć predviđanja budućih kretanja fundamenata u dugom roku.

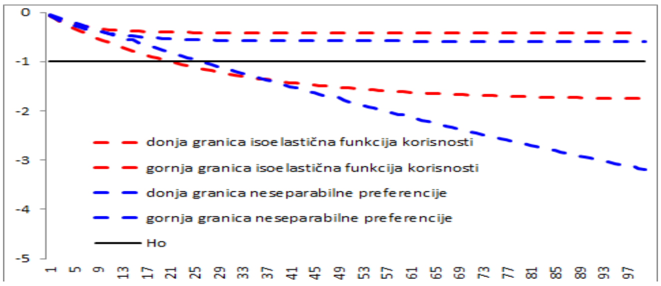
Grafikon 4.1. Dugoročne jednačine predviđanja (90% intervali poverenja za $\beta = 1$ u regresiji varijabli iz modela na tekući račun)



Australija



Kanada



Velika Britanija

Napomene: Grafikon prikazuje ocenjene intervale poverenja parametra za sadašnju vrednost tekućeg računa u dugoročnim regresijama predviđanja (y-osa). Na X osi je dat vremenski horizont u kvartalima. Crna horizontalna linija označava vrednost parametra pri nultoj hipotezi predvidivosti. Uzorak pokriva period 1969Q1-2013Q3.

Uopšteno uzevši, rezultati potvrđuju prediktivnu moć tekućeg računa i u dužem vremenskom horizontu. Ipak, postoje značajne razlike među zemljama i modelima u pogledu horizonta predviđanja. U Australiji Bouakez i Kano (2008) model sa isoelastičnom funkcijom korisnosti ima značajnu prediktivnu moć sa izuzetkom izuzetno kratkog roka od nekoliko kvartala. U istoj zemlji Bussiere et al (2004) model sa neseparabilnim preferencijama ima moć predviđanja samo u izuzetno dugom roku (preko 80 kvartala). U slučaju Kanade i Velike Britanije rezultati su slični i potvrđuju prediktivnu moć oba modela u srednjem i dugom roku. Činjenica da model sa isoelastičnim preferencijama ima prediktivnu moć nakon 16 kvartala u slučaju Velike Britanije može u određenoj meri da objasni odbacivanje modela primenom R testa koji je usmeren na kraći vremenski horizont. Sve zajedno, nalazi testova daju podršku daljem ocenjivanju modela i analizi njihovih relativnih performansi.

3 Ocene modela prostora i stanja

Rezultati testova u prethodnom poglavlju sugerišu da su pretpostavke različitih intertemporalnih modela sadašnje vrednosti ispunjene u slučaju stvarnih podataka o kretanju tekućeg računa i modelskih fundamenata u analiziranim zemljama. U ovom delu primenićemo model prostora i stanja za ocenjevanje modela šokova u produktivnosti i prethodno analiziranih modela sadašnje vrednosti. Model prostor i stanja omogućava ocenu serije tekućeg računa koja bi bila optimalna sa stanovištva modela i koja se može uporediti sa stvarnim podacima o kretanju tekućeg računa. Pored toga, model omogućava dekompoziciju u kojoj meri svaki od fundamenata unutar konkretnog modela doprinosu kretanju stvarnog tekućeg računa.

Tabela 4.5. prikazuje ocenjene performanse modela - nivo korelacije između stvarne i ocenjene vrednosti tekućeg računa i odnos njihovih empirijskih varijansi. Uopšteno uzevši, rezultati ukazuju na relativno visoku korelisanost stvarne i ocenjene serije svih modela (sa izuzetkom modela sa neseparabilnim preferencijama i fiskalnom politikom (Bussiere et al, 2004) koji je nešto manje korelisan 0,8 sa stvarnom serijom u slučaju Australije). Takođe, ocenjeni modeli su u stanju da reprodukuju visoku volatinost tekućeg računa tokom uzorka, imajući u vidu da je odnos varijansi dosta visok i blizu jedan. Posmatrajući pojedinačne modele, model koji uključuje varijabilne kamatne stope i odnose razmene (isoelastična funkcija korisnosti) postiže najveći nivo korelacije sa stvarnom serijom tekućeg računa u svim zemljama i najbliži odnos varijansi u dve od tri zemlje. Model sa šokovima produktivnosti pokazuje najslabije prosečne performanse u pogledu obuhvatanje stvarne volatilnosti tekućeg računa u svim zemljama i nivoa korelacije u dve od tri zemlje.

Tabela 4.5. Ocenjene performanse modela:

Zemlja/Model	Neseparabilne pref.	Isoelas. f-ja korisnosti	Šokovi produkt.
Australija			
$\rho(ca,\overline{ca})$	0,792	0,973	0,845
$\frac{\sigma^2_{\overline{ca}}}{\sigma^2_{ca}}$	0,986	1,040	0,917
Kanada			
$\rho(ca,\overline{ca})$	0,974	0,996	0,935
$\frac{\sigma^2_{\overline{ca}}}{\sigma^2_{ca}}$	0,953	0,923	0,939
Velika Britanija			
$\rho(ca,\overline{ca})$	0,940	0,974	0,907
$\frac{\sigma^2_{\overline{ca}}}{\sigma^2_{ca}}$	1,064	0,967	0,908

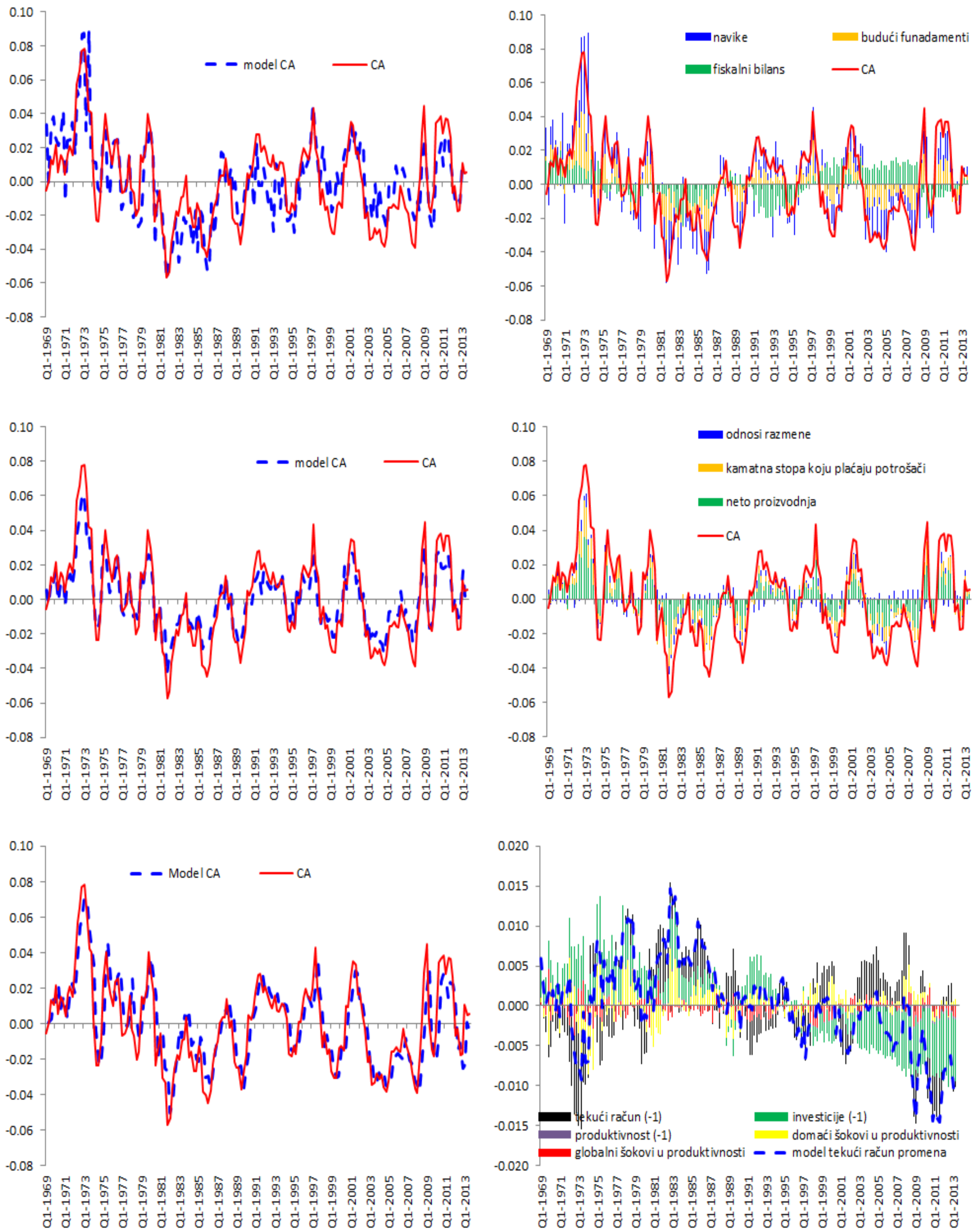
Napomene: Za svaku zemlju prvi red prikazuje korelaciju na nivou uzorka između stvarne serije tekućeg računa i ocenjene serije na osnovu pojedinačnog modela. Drugi rad prikazuje odnos varijansi dve serije na nivou uzorka. Uzorak pokriva period 1969Q1-2013Q3.

Rezultati u Tabeli 4.5 daji prikaz prosečnog kretanja tokom uzorka i indikator su osnovnih tendencija. Međutim, u uslovima različitih tipova globalnih šokova tokom poslednje četiri decenije i rastuće finansijske i trgovinske integrisanosti zemalja, relativne performanse modela se mogu menjati tokom vremena. Grafikoni, 4.2, 4.3. i 4.4. porede kretanje stvarne serije tekućeg računa sa njenom ocenom dobijenom primenom različitih modela tokom vremena. Za svaki od modela prikazani su i ocenjeni doprinosi teorijskih determinanti kretanju izvedene serije tekućeg računa dobijeni ocenom modela pomoću modela prostora i stanja. Dekompozicija doprinosa takođe omogućava upoređivanje modela unutar jedne klase. Na primer, ukoliko je ocenjeni doprinos fiskalnog balansa i navika unutar modela sa neseparabilnim preferencijama nizak, a model objašnjava dobro kretanje tekućeg računa, dati nalaz implicira dobre performanse osnovnog intertemporalnog modela koje ne uključuje navike i fiskalnu stranu.

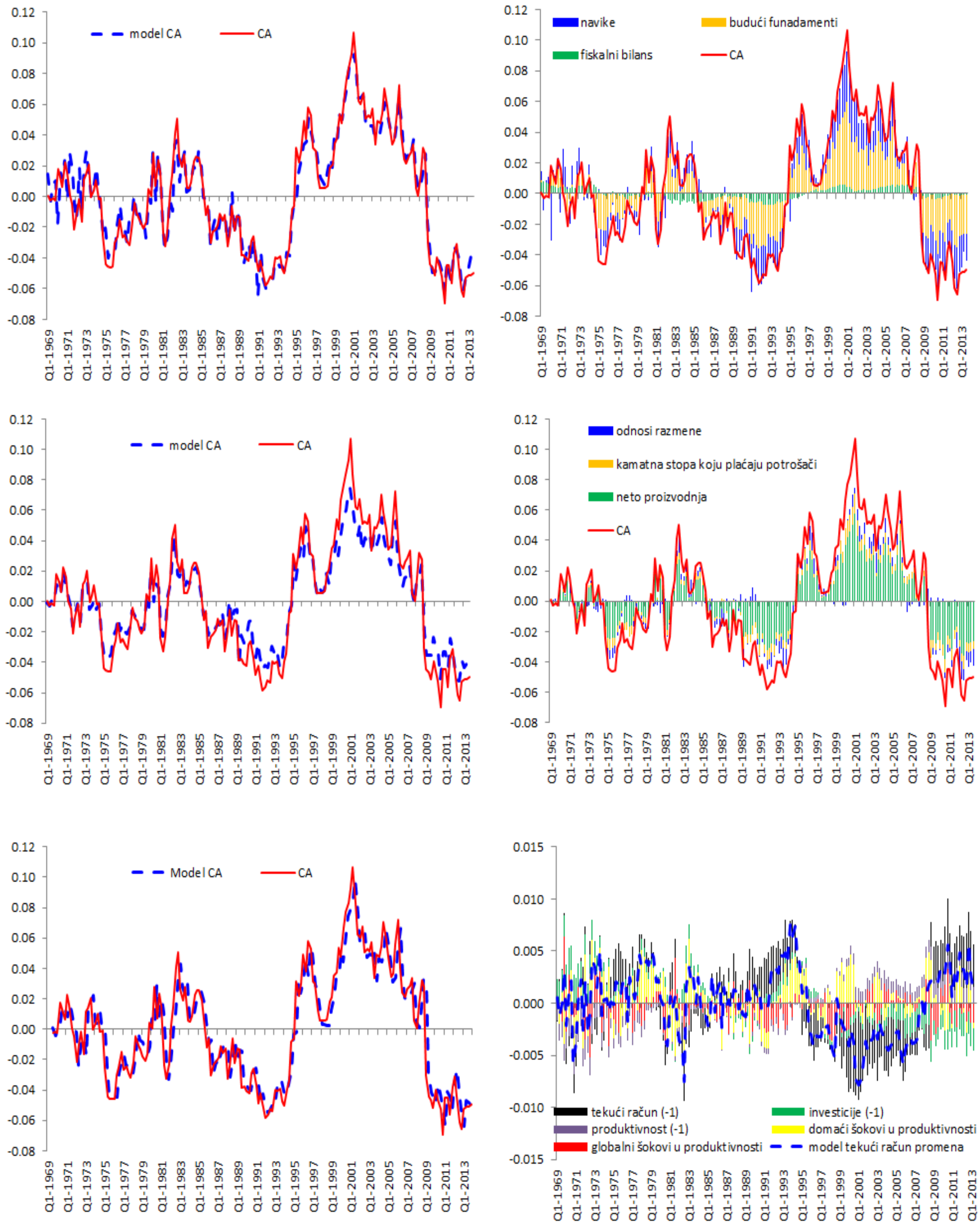
U slučaju Australije model sa neseparabilnim preferencijama (Grafikon 4.2, prvi red) dobro prati kretanje tekućeg računa do kraja 80-tih godina. Tokom 90-tih on podcenjuje, a tokom 2000-tih precenjuje stvarno kretanje tekućeg računa. Navike i fiskalni bilans značajno doprinose objašnjavanju volatilnosti tekućeg računa ove zemlje. Iako je pretpostavljeni nivo navika najniži među analiziranim zemljama, kada se posmatraju doprinosi oceni ovog modela vidi se da navike u velikoj meri objašnjavaju zaokrete tekućeg računa, a uticaj fundamenata koji je povezan sa formiranjem navika predstavlja njegovu najvolatilniju komponentu. Uticaj fiskalnog bilanasa je takođe značajan, mada je njegovo kretanje često bilo suprotno u odnosu na kretanje tekućeg računa. Relativno skroman doprinos budućeg kretanja neto dohotka (proizvodnje) ukazuje na to da osnovni model nije u stanju da objasni kretanje tekućeg računa. Model sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku (Grafikon 4.2, drugi red) izuzetno dobro prati kretanje tekućeg računa sa izuzetkom podcenjivanja kratkoročnih visokih vrednosti suficita (1972, 2011) i kratkoročnih visokih deficita (1981, 1987, 2008). Iako promene neto proizvodnje dobro prate kretanje tekućeg računa, kao i kod prethodnog modela, rezultat implicira nedovoljan uticaj neto proizvodnje za objašnjavanje kretanja tekućeg računa. Rezultati ovog modela ukazuju na značajan uticaj relativnih cena (realnog deviznog kursa i realne kamatne stope) na odluke o optimalnom raspoređivanju potrošnje koje donose potrošači, s obzirom da značaj ovih varijabli po pravilu raste u periodima povećane volatilnosti tekućeg računa. Odnosi razmene imali su manji uticaj na kretanje tekućeg računa od prethodna dva faktora. Ipak, evidentan je rast njihovog značaja tokom poslednjih petnaest godina, koji se podudara sa rastućim svetskim cenama primarnih proizvoda. Prema podacima Svetske banke (izvor: World Bank pink sheet) u periodu od 1999. do 2013. svetske cene energenata su nominalno povećane 412,9%, dok su cene ostalih roba (hrane, pića i sirovina) kumulativno povećane 127,9%. Povećanje oscilacija ovih cena uticalo da kretanje odnosa razmene u sve većoj meri određuje dinamiku tekućeg bilansa. Ocene modela sa šokovima u produktivnosti (Grafikon 4.2, treći red) ukazuju na značajan doprinos investicija i šokova u produktivnosti kretanju tekućeg računa. Model šokova u produktivnosti dobro prati kretanje tekućeg računa i to naročito tokom 70-tih i 90-tih godina prošlog veka. Perzistentnost oba tipa šokova u produktivnosti je visoka (0,99, što je slučaj i u ostalim zemljama) u skladu sa prethodno dobijenim ocenama u drugim zemljama (Gruber, 2002). Pri tome, u skladu sa teorijom, uticaj domaćih šokova produktivnosti na kretanje tekućeg računa je veći (a često i suprotan) od onog koji imaju globalni šokovi.

U slučaju Kanade model sa neseparabilnim preferencijama (Grafikon 4.3, prvi red) daje nešto lošiju ocenu tekućeg računa tokom prve polovine uzorka, dok od početka 1990-tih godina izuzetno dobro prati njegovo kretanje. Za razliku od Australije, u Kanadi budući fundamenti (tj. očekivano kretanje neto proizvodnje u budućnosti) značajno određuju kretanje tekućeg računa i to uprkos višem nivou navika (koji umanjuje uticaj fundamenata, videti jednačinu modela u odeljku 2.2.1). Navike su izraženije u odnosu na Australiju, a upravo povećanje doprinosa navika od kraja 80-tih doprinelo je poboljšanju ocene ovog modela. To potencijalno sugeriše povećan stepen formiranja navika kanadskih privrednih subjekata. Sa izuzetkom kratkog perioda sredinom 80-tih, fiskalni bilans prati kretanje tekućeg računa. Ipak, doprinos fiskalne politike je skroman, što je u skladu sa relativno niskim pretpostavljenim učešćem nerikardijanskih agenata. Suprotno modelu sa neseparabilnim preferencijama, model sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku (Grafikon 4.3, drugi red) dobro prati kretanje tekućeg računa u prvom delu uzorka do sredine 1980-tih godina, a podcenjuje veličinu suficita i kasnijeg deficita u poslednje tri decenije. Kao i kod prethodnog modela, najznačajniji doprinos kretanju tekućeg računa potekao je od neto proizvodnje. Od kraja osamdesetih postoji rastući uticaj relativnih cena - pre svega odnosa razmene, mada je on manji nego u slučaju Australije, što sugeriše da su kanadski potrošači u većoj meri reagovali na šokove očekivanog dohotka (tranzitorne i permanentne). Na kraju, model sa šokovima u produktivnosti (Grafikon 4.3, treći red) prati kretanje tekućeg računa tokom čitavog perioda. Evidentan je i uticaj globalnih i domaćih šokova na njegovo kretanje, dok je uticaj investicija niži nego u slučaju Australije.

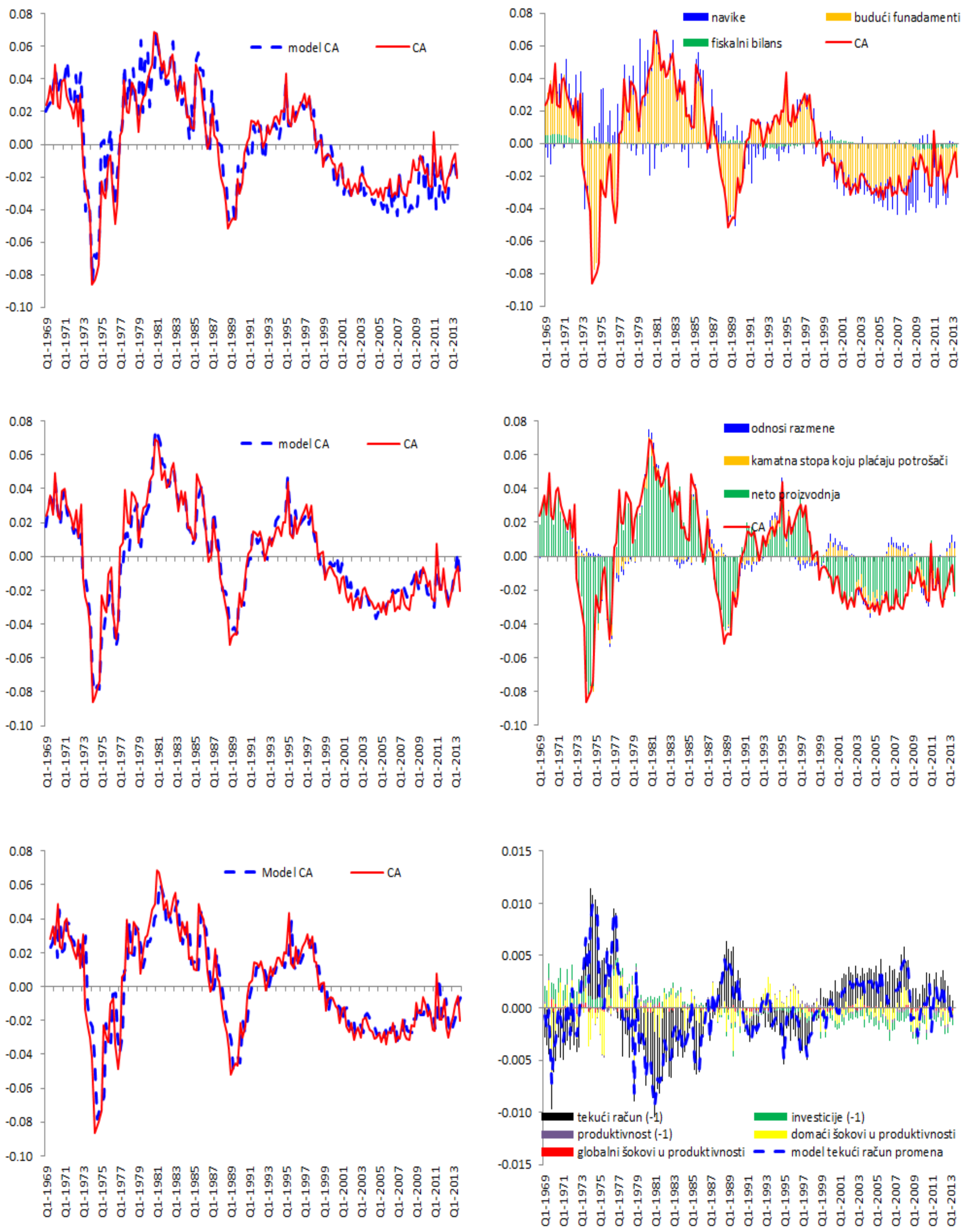
U slučaju Velike Britanije model sa neseparabilnim preferencijama (Grafikon 4.4, prvi red) pokazuje veće oscilacije tekućeg računa od stvarnih i to naročito u prvom delu analiziranog perioda. Grafikon sa desne strane ukazuje da povećana volatilnost potiče od navika u potošnji koje su u slučaju Velike Britanije najveće. Takođe, najveći je i uticaj budućih fundamenata, što je i očekivano, s obzirom na izuzetno nisko učešće nerikardijanskih agenata (0,02). Fiskalni bilans ima skroman uticaj, koji se povećava u periodu nakon 2008. Model sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku dobro prati kretanje tekućeg računa tokom čitavog perioda uz dominantan doprinos očekivanog kretanja budućeg dohotka (Grafikon 4.4, drugi red). To ukazuje da u slučaju Velike Britanije i osnovni model može dobro da objasni kretanje tekućeg računa. Model sa šokovima u produktivnosti (Grafikon 4.4, treći red) je u najvećoj meri pod uticajem domaćih šokova i navika (u vidu prethodnog nivoa tekućeg računa). Uticaj globalnih šokova je skroman, što je u skladu sa teorijom, a uticaj investicija je manji nego u slučaju ostale dve zemlje.



Grafikon 4.2. Australija stvarna i ocenjena serija i doprinosi tekućem računu (prvi red model sa neseparabilnim preferencijama, drugi red model sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom ka riziku, poslednji red model šokova u produktivnosti)



Grafikon 4.3. Kanada stvarna i ocenjena serija i doprinosi tekućem računu (prvi red model sa neseparabilnim preferencijama, drugi red model sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom ka riziku, poslednji red model šokova u produktivnosti)



Grafikon 4.4. Velika Britanija stvarna i ocenjena serija i doprinosi tekućem računu (prvi red model sa neseparabilnim preferencijama, drugi red model sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom ka riziku, poslednji red model šokova u produktivnosti)

Teorijske implikacije ovih rezultata su brojne. Značajna uloga navika u objašnjavanju kretanja tekućeg računa svih zemalja, ukazuje da su ne samo tranzitorni, već i permanentni šokovi uticali na kretanje tekućeg računa, kao i to da su ekonomski subjekti manji značaj pri donošenju odluka davali budućem fundamentima. Ovo ne iznenađuje, s obzirom da je model sa navikama dominantan u Kanadi i Velikoj Britaniji od 1990-tih godina, tj. u periodu smanjenja makroekonomske volatilnosti. Superiornost modela sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku ukazuje da je variranje željenog nivoa potrošnje u zavisnosti od promene relativnih cena doprinelo povećanju volatilnosti tekućeg računa i ukazuje da su potrošači spremni da odustanu od vremenskog uprosečavanja potrošnje pod uticajem šokova u kamatnoj stopi i realnom deviznom kursu. Na kraju, dobre relativne performanse modela koji uključuje uticaj investicija i produktivnosti, u Australiji tokom 70-tih, 90-tih i krajem 2000-tih i Velikoj Britaniji krajem 2000-tih, ukazuju da šokovi u produktivnosti mogu da doprinesu povećanju volatilnosti tekućeg računa. Nalaz je istovremeno i kritika modela sadašnje vrednosti koji zanemaruju kretanje relativne produktivnosti pretpostavljajući egzogenost investicija.

Deo V

Zaključak

Tekući račun bilansa plaćanja predstavlja jedan od ključnih indikatora trenutnog stanja i budućih kretanja jedne ekonomije. U savremenim uslovima intenzivnih i volatilnih kapitalnih tokova, tekući račun predstavlja osnovni indikator narastajućih spoljnjih neravnoteža i primarni kanal transmisije globalnih makro-finansijskih šokova, sa značajnim trenutnim i dinamičkim makroekonomskim efektima u zemlji i inostranstvu. Veliki broj empirijskih i teorijskih studija se bavi identifikovanjem ključnih determinanti tekućeg računa platnog bilansa. To je posebno važno za kreatore ekonomske politike imajući u vidu da deficit tekućeg računa koji je posledica neadekvatne ekonomske politike može biti mnogo opasniji od onog koji je vođen rastom investicija, koje doprinose budućem ekonomskom rastu i poboljšavaju sposobnost zemlje da otplati spoljni dug. Izbor determinanti u empirijskim studijama je, međutim, često zasnovan na ad-hoc preferencijama istraživača i nije direktno povezan sa obimnom teorijskom literaturom koja nastoji da objasni kretanje tekućeg računa platnog bilansa.

U cilju boljeg razumevanja teorijskih osnova analize kretanje tekućeg računa platnog bilansa, ova monografija daje raščlanjen prikaz ključnih intertemporalnih modela tekućeg računa koji su se pojavili u literaturi u toku poslednjih dvadeset godina. Osnovni elementi svakog modela i izvođenja njegovih jednačina su detaljno prikazani kako bi čitalac po prvi put na jednom mestu imao priliku da razume i kritički uporedi ključne elemente različitih modela. Veze između odabranih teorijskih modela i njihove kratkoročne i dugoročne teorijske implikacije su posebno analizirane.

Monografija potom predstavlja alternativne ekonometrijske tehnike za empirijsku ocenu i testiranje teorijskih implikacija prikazanih modela. U ovom delu analize predložen je nov empirijski okvir za ocenjivanje prikazanih teorijskih modela korišćenjem modela prostora i stanja. Iskazivanje intertemporalnih modela tekućeg računa kroz model prostora i stanja omogućava jedinstven okvir za poredjenje različitih modela, uključujući i praćenje doprinosa različitih modelskih fundamenata kretanju tekućeg računa tokom vremena. U radu je prikazan zapis intertemporalnih modela tekućeg računa u formi prostora i stanja i verifikovani uslovi za identifikaciju parametara. Vredi istaći da prikaz modela sadašnje vrednosti i njegovo ocenjivanje kroz model prostora i stanja može biti korisno i za istraživače koji nisu direktno zainteresovani za analizu tekućeg računa bilansa plaćanja. Imajući u vidu da se modeli vrednovanja aktive (cena akcija, nekretnina, deviznih kurseva, itd.) takođe mogu iskazati u formi modela sadašnje vrednosti, rezultati ove monografije se mogu koristiti kao polazna osnova u istraživanjima u ovim oblastima.

Ekonometrijski okvir je u poslednjem delu monografije primenjen na podacima iz tri otvorene ekonomije, Australije, Kanade i Velike Britanije, standardnih primera u literaturi. Empirijski rezultati ukazuju da se performanse modela razlikuju tokom vremena i po zemljama. Značajna uloga navika u objašnjavanju kretanja tekućeg računa svih zemalja, ukazuje da su ne samo tranzitorni, već i permanentni šokovi uticali na kretanje tekućeg računa, kao i to da su ekonomski subjekti manji značaj pri donošenju odluka davali budućim vrednostima makroekonomskih fundamenata. Ovo ne iznenađuje, obzirom da je model sa navikama dominantan u Kanadi i Velikoj Britaniji od 1990-tih godina, tj. u periodu smanjenja makroekonomske volatilnosti. Superiornost modela sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku ukazuje da je variranje željenog nivoa potrošnje u zavisnosti od promene relativnih cena doprinelo povećanju volatilnosti tekućeg računa i ukazuje da su potrošači spremni da odustanu od vremenskog uprosečavanja potrošnje pod uticajem šokova u kamatnoj stopi i realnom deviznom kursu. Na kraju, dobre relativne performanse modela koji uključuje uticaj investicija i produktivnosti, u Australiji tokom 70-tih, 90-tih i krajem 2000-tih i Velikoj Britaniji krajem 2000-tih, ukazuju da šokovi u produktivnosti mogu da doprinesu povećanju volatilnosti tekućeg računa. Nalaz je istovremeno i kritika klase intertemporalnih modela sadašnje vrednosti koji zanemaruju kretanje relativne produktivnosti pretpostavljajući egzogenost investicija.

Analiza i prikazani rezultati u monografiji mogu biti osnova za dalja istraživanja u nekoliko pravaca. Prvo, detaljan prikaz osnovnih intertemporalnih modela tekućeg računa, njihovih prednosti i ograničenja, treba da omogući kratku i razumljivu referencu za istraživače zainteresovane za razvoj novih intertemporalnih modela tekućeg računa koji bi na detaljniji način uključili efekte procesa finansijske globalizacije i rastućih kapitalnih tokova koji nisu u dovoljnoj meri obuhvaćeni u prikazanim modelima. Drugo, empirijski rezultati ukazuju da se performanse pojedinačnih modela razlikuju tokom vremena i po zemljama mereno nivoom usaglašenosti kretanja stvarne serije tekućeg računa sa njenom modelskom ocenom i ocenjenim doprinosima teorijskih determinanti kretanju izvedene serije tekućeg računa. Dalja istraživanja u ovom domenu mogu biti usmerena na formulisanje odgovarajućih statističkih testova selekcije modela u uslovima neizvesnosti u pogledu "tačnog" modela i oscilacija u relativnom značaju modela tokom vremena. Treće, iako je akcenat monografije na analizi modela tekućeg računa, literatura koja analizira spoljnje neravnoteže ističe značaj kretanja u neto međunarodnoj investicionoj poziciji zemlje (kumulativni neto priliv kapitala u zemlju) kao alternativnog indikatora narastajućeg nivoa eksternih neravnoteža (Gourinchas i Ray, 2014). Kretanja u neto međunarodnoj investicionoj poziciji zemlje reflektuju ne samo kretanja u tekućem računu, već i efekte promene vrednosti neto međunarodne aktive koji u pojedinim razvijenim zemljama mogu biti i veći od promena u tekućem bilansu. Iako je značaj efekata promene vrednosti neto međunarodne aktive u zemljama u razvoju manji od razvijenih zemalja, buduća istraživanja se mogu fokusirati i na analizu kretanje međunarodne investicione pozicije iz perspektive tekućeg računa, na taj način uvažavajući i kanal finansijskog prilagođavanja (Zildzović, 2015b).

Deo VI

Literatura

1. Ayala, D., Nedeljkovic, M., i Saborowski, C, (2016), "What Slice of the Pie? The Corporate Bond Market Boom in Emerging Economies", BOFIT Discussion Papers 8, Bank of Finland, Institute for Economies in Transition.
2. Babić, A., Zildžović, E. i Lončar, D., (2015), "Testing for competition in Serbian banking industry: The Panzar-Rosse approach", *Industrija*, 43(3), pp.7-26.
3. Balke, N.S., J. Ma, i M.E. Wohar, (2013), "The Contribution of Economic Fundamentals to the Exchange Rate Fluctuations", *Journal of International Economics*, 90, pp. 1-16
4. Balke, N. S., i , M. E. Wohar, (2002), "Low-frequency movements in stock prices: A state-space decomposition", *Review of Economics and Statistics*, 84(4), pp. 649-667.
5. Bergin, P. (2013) "Intertemporal Approach to the Current Account," u *Handbook of Safeguarding Global Financial Stability*, pp. 121-129. Academic Press, San Diego.
6. Bergin, P. i Sheffrin, S. (2000), "Interest Rates, Exchange Rates and Present Value Models of the Current Account", *Economic Journal*, 110, pp. 535-558.
7. Bernanke, B, (2005), "The global saving glut and the US current account deficit", Board of Governors of the Federal Reserve System (US) Speech.
8. Bierens, H., (1990). "A Consistent Conditional Moment Test of Functional Form", *Econometrica*, 58(6), pp. 1443-58.
9. Blanchard, O., i Milesi-Ferretti, G.M. (2012). (Why) Should Current Account Balances Be Reduced?, *IMF Economic Review*, 60, pp. 139–150.
10. Bouakez, H. i Kano, T. (2008), "Terms of Trade and Current Account Fluctuations: The Harberger–Laursen–Metzler Effect Revisited", *Journal of Macroeconomics* 30, pp. 260–281.
11. Bussière , M., Fratzscher, M. i Muller, G. (2004), "Current Account Dynamics in OECD and New EU Member States: An Intertemporal Approach ", ECB Working paper.
12. Bussière, M., Fratzscher, M. i Müller, G. J. (2010), "Productivity shocks, budget deficits and the current account", *Journal of International Money & Finance*, 29(8), pp.1562-1579.
13. Calderon, C. A, Chong A. i Loayza, N.V. (2002), "Determinants of Current Account Deficits in Developing Countries", *Contributions to Macroeconomics*, 2, Article 2.
14. Calvo, G.A. i Reinhart, C. (2000). “When Capital Inflows Suddenly Stop: Consequences and Policy Options.” u: Kenen, P., i Swoboda A., ured., *Reforming the International Monetary i Financial System*. Washington, D.C.: International Monetary Fund.

15. Campa, J.M., i Gavilan, A. (2011), "Current Accounts in the Euro Area: An Intertemporal Approach", *Journal of International Money & Finance* 30, pp.205–228.

16. Campbell, J., (1987), "Does Saving Anticipate Declining Labor Income? An Alternative Test of the Permanent Income Hypothesis", *Econometrica* 55 (6), pp. 1249–1273.

17. Campbell, J. i Shiller, R. (1988), "Stock prices, earnings, and expected dividends", *Journal of Finance*, 43, pp. 661–676.

18. Campbell, J.Y., Lo, A. i MacKinlay, A. C. (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, Princeton, N.J.

19. Campbell J. i Cochrane J. (1999), "By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock-market behavior", *Journal of Political Economy*, 107, pp. 205-251.

20. Campbell, J. i Yogo, M. (2006), "Efficient tests of stock return predictability", *Journal of Financial Economics* 81 (1) pp. 27-60.

21. Catăo, L., i Milesi-Ferretti, G. (2014), "External Liabilities and Crises," *Journal of International Economics* 94(1), pp. 18-32.

22. Chinn, M. i Ito, H. (2007), "Current account balances, financial development and institutions: Assaying the world saving glut", *Journal of International Money & Finance* 26, pp. 546-569.

23. Chinn, M. i Prasad, E. (2003), "Medium-term Determinants of Current Accounts in Industrial and Developing Countries: an Empirical Exploration", *Journal of International Economics* 59, pp.47-76.

24. Cochrane, J. H. (1992). Explaining the variance of price–dividend ratios. Review of Financial Studies, 5(2), pp. 243-280.

25. Cochrane, J., H, (2008), "State-Space vs. VAR Models for Stock Returns", Working paper, Chicago Booth.

26. Constantinides, G. (1990), "Habit Formation: A Reason of the Equity Premium Puzzle", *Journal of Political Economy*, 98, pp. 519-549.

27. Cusolito, A. P., i Nedeljkovic, M. (2013), *Toolkit for the Analysis of Current Account Imbalances*, World Bank, Washington DC.

28. Debelle, G. i Faruque, H. (1996), "What Determines the Current Account? A Cross-Sectional and Panel Approach", *IMF Working Paper*, No. 58.

29. Dornbusch, R. (1983), Real Interest Rates, Home Goods and Optimal External Borrowing, J*ournal of Political Economy*, 91(1), pp. 141-153.

30. Durbin, J., i Koopman, S-J., (2012), *Time Series Analysis by State Space Methods*, Oxford University Press.

31. Dynan, K. E. (2000), "Habit formation in consumer preferences: Evidence from panel data", *American Economic Review*, pp. 391-406.

32. Đorđević, A., 2015, Transnacionalne kompanije i efekti njihovog poslovanja na privredu Srbije, *Bankarstvo*, 1/2015, pp. 48-77.

33. Eichengreen, B., Mody, A., Nedeljkovic, M., & Sarno, L. (2012), "How the Subprime Crisis Went Global: Evidence from Bank Credit Default Swap Spreads", *Journal of International Money & Finance*, 31(5), 1299-1318.

34. Elliott, G., T. J. Rothenberg i J. H. Stock (1996), "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root", *Econometrica* 64, pp. 813-36.

35. Engel, C., & Rogers, J. H. (2009). Expected consumption growth from cross-country surveys: implications for assessing international capital markets. *IMF Economic Review*, 56(3), pp. 543-573.

36. Engel, C., K.D. West (2005), "Exchange Rates and Fundamentals", *Journal of Political Economy*, 113(3), pp. 485-517.

37. Fratzscher, M., (2012), "Capital Flows, Push versus Pull Factors and the Global Financial Crisis." *Journal of International Economics* 88(2), pp 341-356.

38. Freund, C., i Warnock, F. (2007), "Current account deficits in industrial countries: the bigger they are, the harder they fall?." u: Clarida, R., ured. *G7 Current Account Imbalances: Sustainability i Adjustment*. University of Chicago Press, pp. 133-168.

39. Froot, K., i Stein, J., (1991), "Exchange Rates and Foreign Direct Investment: An Imperfect Capital Markets Approach", *Quarterly Journal of Economics* 106, pp. 1191-1217.

40. Ghosh, A.R., (1995). "International capital mobility amongst the major industrialized countries: too little or too much?" *Economic Journal* 105, pp. 107-128.

41. Glick, R. i Rogoff, K. (1995), "Globally versus Country-Specific Productivity Shocks and the Current Account", *Journal of Monetary Economics* 35, pp. 159-192.

42. Gourinchas P.O, i H. Ray (2014), "External Adjustment, Global Imbalances, Valuation Effects", poglavlje 10 u: Gopinath G., Helpman, E., i Rogoff, K., ured. *Handbook of International Economics Vol 4*, Amsterdam: Elsevier.

43. Gourinchas P.O. i H. Ray, (2007), "International Financial Adjustment," *Journal of Political Economy*, pp. 665-703.

44. Granger, C.W.J. i Newbold, P., (1986), *Forecasting Economic Time Series*, second edition. Academic Press.

45. Granger, C.W.J. (1988), "Some Recent Development in a Concept of Causality." *Journal of Econometrics*, 39 (1), pp. 199-211.

46. Gruber, J, (2002), "Productivity Shocks, Habits, and the Current Account", FRB International Finance Discussion Paper (733).

47. Gruber, J, (2004), "A Present Value Test of Habits and the Current Account", *Journal of Monetary Economics* 51, pp. 1495-1507.

48. Hall, R. E. (1978), "The Macroeconomic Impact of Changes in Income Taxes in the Short and Medium Runs", *Journal of Political Economy*, pp. 71-85.

49. Harberger, A. (1950), Currency Depreciation, Income and the Balance of Trade". *Journal of Political Economy* 58, pp: 47-60.

50. Huang, C. H., i R. H. Litzenberger, (1988), *Foundations of Financial Economics*, North-Holland, New York, NY.

51. Huang, C. H., i Lin, K. S. (1993), "Deficits, government expenditures, and tax smoothing in the United States: 1929–1988", *Journal of Monetary Economics*, 31(3), pp. 317-339.

52. IMF (2006), "Methodology for CGER Exchange Rate Assessments", IMF Occasional Paper 283.

53. IMF (2013), "External Balance Assessment: Technical Background of the Pilot Methodology", IMF, Washington, DC.

54. Kano, T. (2009), "Habit formation and the present-value model of the current account: Yet another suspect", *Journal of International Economics*, 78(1), pp. 72-85.

55. Lane, P. i Milesi-Ferretti, G., (2012), "External Adjustment and the Global Crisis," *Journal of International Economics* 88(2), pp: 252-265.

56. Laursen, S., i L. Metzler, (1950), "Flexible Exchange Rates i the Theory of Employment," *Review of Economics and Statistics*, 32(4), pp. 281–299.

57. Lütkepohl, H. (2005), *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag.

58. Mendoza, E. (2010), "Sudden Stops, Financial Crises, and Leverage." *American Economic Review* 100, pp. 1941-1966.

59. Morley, J. C., Nelson, C. R., i Zivot, E. (2003), "Why are the Beveridge-Nelson and Unobserved-components Decompositions of GDP so Different?", *Review of Economics and Statistics*, 85(2), pp. 235-243.

60. Nason, J. M. i Rogers, J.H. (2006), "The Present-Value Model of the Current Account has been Rejected: Round Up the Usual Suspects", *Journal of International Economics*, 68, pp. 159-187.

61. Obstfeld, M. (1982), "Aggregate Spending and the Terms of Trade: Is there a Laursen-Metzler Effect?", *Quarterly Journal of Economics* 97, pp. 251-270.

62. Obstfeld, M, (2012), "Does the Current Account Still Matter?", *American Economic Review: Papers and Proceedings*, 102 (3), pp. 1-23, Richard T. Ely Lecture.

63. Obstfeld, M., i Rogoff, K. (1996), *Foundations of International Macroeconomics.* Cambridge, MA: MIT Press.

64. Otto, G. (1992), "Testing a Present-Value Model of the Current Account Evidence from U.S. and Canadian Times Series", *Journal of International Money and Finance* 11, pp. 414-430.

65. Portugal, A., i Zildzovic, E. (2016), "From Evidence to Policy Supporting Nepal's Trade Integration Strategy", World Bank Working Paper, doi:10.1596/24923.

66. Reinhart, C., i Reinhart, V. (2009), "Capital Flow Bonanzas: An Encompassing View of the Past and Present", *u: NBER International Seminar on Macroeconomics* 2008 (pp. 9-62). University of Chicago Press.

67. Rossi, B. (2007), "Expectations hypotheses tests at long horizons", *Econometrics Journal*, 10(3), pp. 554-579.

68. Sachs, J. D, (1981), "The Current Account and Macroeconomic Adjustment in the 1970s", *Brooking Papers on Economic Activity,* 1, pp. 201-268.

69. Savić, N, Nedeljkovic, M., i Zildzović, E. (2016), "Inflation Targeting and Anchoring of Inflation Expectations in the CEE countries", NBS Working Paper, u štampi.

70. Servén, L., & Nguyen, H. (2013), "Global imbalances: origins and prospects". *The World Bank Research Observer*, 28(2), 191-219.

71. Shapiro, M. D. (1986), "The Dynamic Demand for Capital and Labor", *Quarterly Journal of Economics*, 101(3), pp. 513-42.

72. Sheffrin, S.M. i Woo, W.T. (1990), "Present Value Tests of an Intertemporal Model of the Curernt Account", *Journal of International Economics* 29, pp. 237-253.

73. Svensson, L. E., i Razin, A. (1983), "The Terms of Trade and the Current Account: The Harberger-Laursen-Metzler effect", *Journal of Political Economy*, pp. 97-125.

74. Urošević, B., Nedeljković, M. i Zildžović, E. (2012), "Jackknife Model Averaging of the Current Account Determinants." *Panoeconomicus* 59(3), pp. 267-281.

75. Van Binsbergen, J. H., i R. S. J. Koijen, (2010), "Predictive regressions: A Present-Value Approach", *Journal of Finance* 65, pp. 1439-1471.

76. Zildžović, E. (2015a), "The Sustainability of Serbian External Position: The Impact Of Fiscal Adjustment and External Shocks", *Economic Annals* 204, pp. 31-60.

77. Zildžović, E. (2015b), Analiza determinanti, dinamike i održivosti tekućeg računa bilansa plaćanja (doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu - Ekonomski fakultet).

78. Zildžović, E, Borković, S, Tabak, P i Nedeljković, M. (2016), "Analiza produktivnosti domaćih i stranih firmi u Srbiji: determinante i efekti prelivanja", u zborniku radova: Strane direktne investicije i privredni rast u Srbiji, Naučno društvo ekonomista Srbije, Ekonomski fakultet u Beogradu, u štampi.

79. Zivot, E., i Andrews, D. W. (1992), "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3).

Internet izvori:

Baza podataka Međunarodnog monetarnog fonda
http://elibrary-data.imf.org/DataExplorer.aspx

Baza podataka Organizacije za ekonomsku saradnju i razvoj (OECD)
http://stats.oecd.org/

Svetska banka projekcije cene robe (engl. Commodity prices outlook)
http://econ.worldbank.org/WBSITE/EXTERNAL/EXTDEC/EXTDECPROSPECTS

Statistički zavod Australije
http://www.abs.gov.au/

Statistički zavod Kanade
http://www.statcan.gc.ca/eng/start

Statistički zavod Velike Britanije
https://www.ons.gov.uk/economy

Deo VII

Dodatak

1 Teorijske postavke modela sa reprezentativnim agentom

Modeli koji su razmatrani polaze od pretpostavke da postoji reprezentativni agent. Zbog toga su izloženi uslovi za postojanje reprezentativnog agenta i funkcije korisnosti koje su kompatibilne sa tom teorijskom pretpostavkom. Ovaj tip modela konstruisan je kako bi rešio problem agregacije ponašanja individualnih agenata. Modeli sa reprezentativnim agentima su takvi da se u njima akcije agenata mogu predstaviti kao akcije pojedinca koji maksimizira očekivanu korisnost. Modeli koji agregiraju ponašanje agenata bez ove pretpostavke nazivaju se modelima sa heterogenim agentima. Reprezentativni agent postoji samo pod strogim pretpostavkama, pa se stoga se na početku izlaganja razmatraju teoreme njegovog postojanja - kompletna tržišta i Pareto optimalnost (Huang i Litzenberger, 1988).

Kompletno tržište (engl. *complete market*)

Najjača pretpostavka koja je potreban uslov za postojanje reprezentativnog agenta je pretpostavka o kompletnom tržižtu. Kompletno tržite podrazumeva da postoji najmanje jednak broj aktiva sa linearno nezavisnim isplatama koliko ima i mogućih stanja. Kada je broj hartija veći od broja stanja, sve dok važi zakon jedne cene, višak hartija može biti ignrisan. Ukoliko su tržišta kompletna moguće je kreirati Arrow-Debreu hartije[46] koje agenti mogu da koriste za postizanje optimalnog rasporeda potrošnje. Čak i kada to nije slučaj, tržišta je moguće napraviti kompletnim uz upotrebu derivata.

Pareto optimalnost

Da bi se objasnio koncept Pareto optimalnosti razmotrimo model sa potrošnjom u jednom periodu. Pretpostavimo da potrošno dobro služi kao imenilac za sve ostale veličine. Neizvesnost u modelu je povezana sa stanjem koje će biti poznato na kraju perioda. Agenti mogu da imaju nultu potrošnju u početnom periodu, ali njihova potrošnja mora da zadovoljava uslove:

$$\sum_{i=1}^{I} c_{i0} = C_0 \tag{1.1}$$

i

$$\sum_{i=1}^{I} c_{i\omega} = C_\omega, \forall \omega \in \Xi \tag{1.2}$$

gde populaciju čini I pojedinaca, obeleženih indeksom i, C_0 predstavlja agregatnu potrošnju u periodu 0, a $C\omega$ predstavlja ukupnu potrošnju koja je moguća u stanju ω. Skup alokacija potrošnje koje zavise od stanja je Pareto optimalan ako je dostupan i ako ne postoje druge alokacije koje striktno povećavaju korisnost jednog pojedinca, a da pri tome ne smanjuju korisnost ostalih pojedinaca.

Rezultat koji proizilazi iz druge teoreme blagostanja implicira da postoji nenegativni skup brojeva, $\{\pi_i\}_{i=1}^{I}$, takav da društveni planer koji maksimizira linearnu kombinaciju funkcija korisnsti pojedinaca koristeći kao pondere, $\{\pi_i\}_{i=1}^{I}$, može da ostvari Pareto optimalnu alokaciju. Društveni planer rešava problem:

[46] Ovaj tip hartije predstavlja ugovor koji plaća jednu jedinicu brojioca (u ovom slučaju potrošnje) ukoliko se određeno stanje realizuje u budućnosti. U slučaju drugih stanja ova hartija ne donosi isplatu.

$$\max \sum_{i=1}^{I} \pi_i \left[\sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega}) \right] \tag{1.3}$$

uz ograničenja (1.1) i (1.2), gde $p_{i\omega}$ predstavlja subjektivnu percepciju svakog pojedinca u pogledu verovatnoće nastanka stanja ω u narednom periodu, $u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})$ predstavlja korisnost koju pojedinc i ima od potrošnje c_{i0} i $c_{i\omega}$, a π_i predstavlja recipročnu vrednost marginalne korisnosti dohotka agenta i. Agenti koji imaju relativno visoke dohotke će stoga imati i veći ponder u maksimizaciji u odnosu na agente sa nižim dohotcima. Dakle, kako će problem izgledati zavisi od inicijalnog bogatstva. S obzirom da je korisnost strogo rastuća, ponderi su strogo pozitivni, $\pi_i > 0, i = 1, 2, ..., I$.

Kombinujući problem maksimizacije korisnosti (1.3) sa ograničenjima (1.1) i (1.2) dobija se Lagranžijan društvenog planera, koji ima sledeći oblik:

$$\max_{c_{i0}, c_{i\omega}} L = \sum_{i=1}^{I} \pi_i \left[\sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega}) \right] + \zeta_0 [C_0 - \sum_{i=1}^{I} c_{i0}] + \sum_{\omega \in \Xi} \zeta_\omega [C_\omega - \sum_{i=1}^{I} c_{i\omega}],$$

Kako su ponderi π_i strogo pozitivni, ukoliko se pretpostavi da su funkcije korisnosti strogo konkavne uslovi prvog reda su potrebni i dovoljni uslovi ovog problema maksimizacije:

$$\pi_i \sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} \frac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i0}} - \zeta_0 = 0, \ i = 1, 2, ..., I \tag{1.4}$$

$$\pi_i p_{i\omega} \frac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i\omega}} - \zeta_\omega = 0, \ i = 1, 2, ..., I; \ \omega \in \Xi \tag{1.5}$$

$$\sum_{i=1}^{I} c_{i0} = C_0 \tag{1.6}$$

i

$$\sum_{i=1}^{I} c_{i\omega} = C_\omega, \forall \omega \in \Xi \tag{1.7}$$

Kako bi se oslobodili pondera π_i posmatrajmo količnik prva dva uslova (1.4) i (1.5):

$$\frac{\pi_i p_{i\omega} \dfrac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i\omega}}}{\pi_i \sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} \dfrac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i0}}} = \frac{\zeta_\omega}{\zeta_0}, i = 1, 2, ..., I; \ \omega \in \Xi \tag{1.8}$$

Iz ovog uslova sledi da je moguća alokacija potrošnje koja zavisi od realizovanog stanja Pareto optimalna, ako i samo ako su za svako stanje jednake marginalne stope supstitucije sadašnje i buduće potrošnje (koja zavisi od realizovanog stanja) za sve pojedince. Jednostavnije rečeno Pareto optimalni ishod je onaj u kome svi agenti savršeno raspodeljuju rizik. Ovo ne znači da svaki pojedinac ima jednaku potrošnju ili korisnost u svim stanjima. Uslov dozvoljava da agenti sa većim inicijalnim bogatstvom imaju i veću potrošnju od agenata sa manjim dohotkom. Uslov zahteva da je nezadovoljstvo potrošača u slučaju lošeg ishoda jednako, bez obzira na nivo dohotka.

Pareto optimalne alokacije su moguće na kompletnim tržištima hartija od vrednosti. Pretpostavimo da su tržišta kompletna i da ζ_ω predstavlja cenu Arrow-Debreu hartje koja nosi jednu jedinicu potrošnje u stanju ω. Problem optimizacije svakog pojedinca se tada može zapisati kao:

$$\max \sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega}) \tag{1.9}$$

uz ograničenje:

$$c_{i0} + \sum_{\omega \in \Xi} \psi_\omega c_{i\omega} = y_{i0} + \sum_{\omega \in \Xi} \psi_\omega y_{i\omega} \tag{1.10}$$

gde y_{i0} i $y_{i\omega}$ predstavljaju bogatstvo agenta u periodu 0 i stanju ω. Pretpostavimo da je bogatstvo strogo pozitivno u početnom trenutku. Tada je Lagranžijan svakog agenta:

$$\max_{c_{i0}, c_{i\omega}} L = \sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega}) + \upsilon_i [y_{i0} - c_{i0} + \sum_{\omega \in \Xi} \psi_\omega y_{i\omega} - \psi_\omega c_{i\omega}] \tag{1.11}$$

Uslovi prvog reda ovog problema su budžetsko ograničenje (1.10) i:

$$\sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} \frac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i0}} - \upsilon_i = 0 \tag{1.12}$$

$$p_{i\omega} \frac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i\omega}} - \upsilon_i \psi_\omega = 0, \ \omega \in \Xi \tag{1.13}$$

Ponovo je moguće eliminisati υ_i korišćenjem količnika poslednja dva uslova:

$$\frac{p_{i\omega} \dfrac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i\omega}}}{\sum_{\omega \in \Xi} p_{i\omega} \dfrac{\partial u_{i\omega}(c_{i0}, c_{i\omega})}{\partial c_{i0}}} = \psi_\omega, \ \omega \in \Xi \tag{1.14}$$

U ravnoteži uslovi (1.1) i (1.2) su uvek zadovoljeni. Ukoliko važi da je $\zeta_0 = 1$, $\zeta_\omega = \psi_\omega$ i $\pi_i = \dfrac{1}{\upsilon_i}$, tada su uslovi za optimalnost individualnog agenta ekvivalentni uslovima za Pareto optimalnu alokaciju. Dakle, sve što planer treba da uradi kako bi postigao Pareto optimalnu alokaciju je da dodeli pondere $\dfrac{1}{\upsilon_i}$ svakom pojedincu.

Ukoliko tržišta nisu kompletna nije moguće pretpostaviti da postoji reprezentativni agent. Naime, za evaluaciju bogatstva agenata potrebne su cene. Kompletnost tržišta implicira da postoji ravnoteža i isključuje arbitražne mogućnosti. Ipak, i kada tržišta nisu kompletna takođe postoji vektor cena. Problem je međutim, što on u tom slučaju nije jedinstven. Tada je moguće pretpostaviti da za svaki tip aktive postoji po jedan reprezentativni agent, ali ukoliko različiti agenti koriste različite vektore cena to eliminiše ideju reprezentativnosti jednog agenta.

Izvođenje uslova za postojanje reprezentativnog agenta

Ovaj deo pododeljka izvodi uslov za postojanje reprezentativnog agenta. Pretpostavimo da su tržišta kompletna i da postoji savršena konkurencija. Pretpostavimo, takođe, da agenti imaju homogena očekivanja, vremenski aditivne preferencije i funkcije korisnosti koje su diferencijabilne, strogo rastuće, konkavne i zavise od stanja. To znači da uslovi problema maksimizacije korisnosti individualnog agenta (1.12) i (1.13) mogu biti zapisani kao:

$$\frac{\partial u_{i\omega}(c_{i0})}{\partial c_{i0}} = \upsilon_i \tag{1.15}$$

$$p_\omega \frac{\partial u_{i\omega}(c_{i\omega})}{\partial c_{i\omega}} = \upsilon_i \psi_\omega, \ \omega \in \Xi \tag{1.16}$$

gde p_ω predstavlja subjektivnu verovatnoću stanja $\omega \in \Xi$, o kojoj postoji saglasnost svih agenata.

Definišimo u_0 i u_1 kao agregatne funkcije:

$$u_0 = \max_{\{z_i\}_{i=1}^I} \sum_{i=1}^I \pi_i u_{i0}(z_i)$$

uz ograničenje:

$$\sum_{i=1}^I z_i = z$$

i

$$u_1 = \max_{\{z_i\}_{i=1}^I} \sum_{i=1}^I \pi_i u_{i1}(z_i)$$

uz ograničenje:

$$\sum_{i=1}^I z_i = z$$

Kombinovanjem ovih definicija, uslova (1.1) i (1.2) i izraza (1.15) i (1.16) dobija se agregatna marginalna korisnost potrošnje:

$$u_0'(C_0) = \sum_{i=1}^I \pi_i u_{i0}'(c_{i0}) \frac{\partial c_{i0}}{\partial C_0} = \sum_{i=1}^I \pi_i \upsilon_i \frac{\partial c_{i0}}{\partial C_0} = \sum_{i=1}^I \frac{\partial c_{i0}}{\partial C_0} = 1 \tag{1.17}$$

i

$$u_1'(C_\omega) = \sum_{i=1}^I \pi_i u_{i1}'(c_{i\omega}) \frac{\partial c_{i\omega}}{\partial C_\omega} = \sum_{i=1}^I \pi_i \upsilon_i \frac{\psi_\omega}{p_\omega} \frac{\partial c_{i\omega}}{\partial C_\omega} = \frac{\psi_\omega}{p_\omega} \sum_{i=1}^I \frac{\partial c_{i\omega}}{\partial C_\omega} = \frac{\psi_\omega}{p_\omega} \tag{1.18}$$

Pretpostavimo sada da reprezentativni agent ima bogatstvo C_0 i $C\omega$, $\omega \in \Xi$, u periodima jedan i dva. Pretpostavimo i da ovaj agent ima subjektivnu verovatnoću p_ω i da je korisnost potrošnje $u(C_0)$ i $u(C_\omega)$. Uslov za postojanje reprezentativnog agenta je da su cene u ekonomiji jednake ψ_ω. U ovoj situaciji ravnoteža tržišta zahteva da agent ne želi da trguje svojim raspoloživim dohotkom. To konkretno znači da cena za stanje ω mora biti jednaka marginalnoj stopi supstitucije reprezentativnog agenta između potrošnje u dva perioda. Ova stopa supstitucije je:

$$MRS = \frac{p_\omega u_1'(C_\omega)}{u_0'(C_0)}$$

Ukoliko u ovaj izraz za marginalnu stopu supstitucije zamenimo (1.17) i (1.18) ona postaje:

$$MRS = \frac{p_\omega u_1'(C_\omega)}{u_0'(C_0)} = \frac{p_\omega \psi_\omega}{p_\omega} = \psi_\omega$$

što je i bio uslov za postojanje reprezentativnog agenta.

Funkcije korisnosti reprezentativnog agenta

Funkcija korisnosti reprezentativnog agenta zavisi od inicijalnog bogatstva pojedinaca preko parametra π_i. Stoga cene u ekonomiji će varirati sa promenama inicijalnog bogatstva agenata. Ipak, neke funkcije korisnosti reprezentativnih agenata ne zavise od inicijalnog bogatstva agenata u zemlji. Funkcije kod kojih je to slučaj imaju tzv. svojstvo agregacije. Postoje dve funkcije koje zadovoljavaju svojstvo agregacije, stepena:

$$u(c) = \frac{1}{1-\sigma}(c)^{1-\sigma}$$

i negativna eksponencijalna funkcija korisnosti:

$$u(c) = 1 - \frac{e^{-\sigma c}}{\sigma}$$

gde je c potrošnja koju agent želi da maksimizira, a σ averzija prema riziku.

Uticaj perzistentnosti šoka u dohotku na tekući račun u osnovnom modelu

Ovaj pododeljak pokazuje kako tekući račun reaguje na šokove u neto proizvodnji. U modelu sa kvadratnom funkcijom korisnosti pretpostaljamo da neto proizvodnja sledi egzogeni stohastički $AR(1)$ proces koji se može zapisati kao:

$$NO_{t+1} - \widetilde{NO} = \rho(NO_t - \widetilde{NO}) + \epsilon_{t+1} \tag{1.19}$$

gde je $E_t\epsilon_{t+1} = 0$, $cov(\epsilon_{t+1}, \epsilon_t) = 0$ i $0 \leq \rho \leq 1$.

Pošto je očekivana vrednost slučajne greške jednaka nula, $E_t\epsilon_s = 0$ očekivana vrednost ove relacije u periodu t je:

$$E_t(NO_{t+1} - \widetilde{NO}) = \rho(NO_t - \widetilde{NO})$$

$$E_t(NO_{t+2} - \widetilde{NO}) = E_t[\rho(NO_{t+1} - \widetilde{NO}) + \epsilon_{t+2}] = \rho^2(NO_t - \widetilde{NO})$$

...

U opštem slučaju za svako $s > t$, očekivanje gornje jednačine u bilo kom budućem trenutku s se može zapisati kao:

$$E_t(NO_s - \widetilde{NO}) = \rho^{s-t}(NO_t - \widetilde{NO}) \tag{1.20}$$

Tada jednačina konstantnog toka potrošnje može biti zapisana kao:

$$\begin{aligned}
C_t &= \frac{r}{1+r}[(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s)] \qquad (1.21)\\
&= rB_t + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}[E_t(NO_s) + \widetilde{NO} - \widetilde{NO}]\\
&= rB_t + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s - \widetilde{NO}) + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\widetilde{NO}\\
&= rB_t + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s - \widetilde{NO}) + \frac{r}{1+r}\widetilde{NO}(1 + \frac{1}{1+r} + ...)\\
&= rB_t + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s - \widetilde{NO}) + \frac{r}{1+r}\widetilde{NO}\frac{1}{1-\frac{1}{1+r}}\\
&= rB_t + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s - \widetilde{NO}) + \widetilde{NO}
\end{aligned}$$

Uzimajući očekivanja drugog izraza sa desne strane, koji predstavlja odstupanje neto proizvodnje od permanentnog nivoa, $E_t(NO_s - \widetilde{NO}) = \rho^{s-t}(NO_t - \widetilde{NO})$, gornja jednačina postaje:

$$\begin{aligned}
C_t &= rB_t + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s - \widetilde{NO}) + \widetilde{NO} \qquad (1.22)\\
&= rB_t + \widetilde{NO} + \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{\rho}{1+r})^{s-t}(NO_t - \widetilde{NO})\\
&= rB_t + \widetilde{NO} + \frac{r}{1+r}(1 + \frac{\rho}{1+r} + ...)(NO_t - \widetilde{NO})\\
&= rB_t + \widetilde{NO} + \frac{r}{1+r}\frac{1}{1-\frac{\rho}{1+r}}(NO_t - \widetilde{NO})\\
&= rB_t + \widetilde{NO} + \frac{r}{1+r-\rho}(NO_t - \widetilde{NO})
\end{aligned}$$

Ovako prikazana funkcija potrošnje pokazuje da rast dohodka za jednu jedinicu povećava potrošnju manje od 1, ukoliko je $\frac{r}{1+r-\rho} < 1$, što važi kada je $\rho < 1$,[47] tj. kada su šokovi u neto proizvodnji privremeni. U slučaju kada je $\rho = 1$, tj. kada su šokovi koji pogađaju neto proizvodnju permanentni, šok u proizvodnji se u pot-

[47]
$$\begin{aligned}
\frac{r}{1+r-\rho} &< 1\\
r &< 1+r-\rho\\
\rho &< 1
\end{aligned}$$

punosti preliva na potrošnju, pa ne izaziva efekte na tekući račun (koji je razlika neto proizvodnje i potrošnje).

Proizvodnju je moguće prikazati i direktno u funkciji šokova neto proizvodnje. Polazna jednačina:

$$NO_t - \widetilde{NO} = \rho(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + \epsilon_t$$

se pomoću operatora docnje L ($LNO_t = NO_{t-1}, L^2NO_t = NO_{t-2,...}$, dok je $L\widetilde{NO} = \widetilde{NO}$) može zapisati kao:

$$(NO_t - \widetilde{NO})(1 - \rho L) = \epsilon_t \tag{1.23}$$

Iz toga sledi da je odstupanje neto proizvodnje od ravnotežnog stanja funkcija prethodnih vrednosti šokova:

$$\begin{aligned} NO_t - \widetilde{NO} &= \frac{1}{(1-\rho L)}\epsilon_t = (1 + \rho L + \rho^2 L^2 + ...)\epsilon_t = \epsilon_t + \rho\epsilon_{t-1} + \rho^2\epsilon_{t-2} + \quad (1.24) \\ NO_t &= \widetilde{NO} + \sum_{s=-\infty}^{t} \rho^{t-s}\epsilon_s \end{aligned}$$

Ako je $\rho < 1$ efekat šoka opada geometrijski tokom vremena, pa kao rezultat toga šokovi u tekućoj neto proizvodnji izazivaju manje šokove u permanentnoj proizvodnji (što postaje evidentno ukoliko izraz koji obuhvata uticaj šoka pređe na levu stranu). Zbog optimalnog raspoređivanja potrošnje ona ne reaguje u potpunosti na šokove tekuće proizvodnje. Višak privremenog šoka u dohotku se štedi, a promena štednje direktno utiče na tekući račun. Zamenom izvedene funkcije neto proizvodnje u jednačini potrošnje ona postaje:

$$C_t = rB_t + \widetilde{NO} + \frac{\rho r}{1+r-\rho}(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + \frac{r}{1+r-\rho}\epsilon_t \tag{1.25}$$

a tekući račun se može zapisati kao:

$$\begin{aligned} CA_t &= rB_t + NO_t - C_t = rB_t + NO_t - rB_t - \widetilde{NO} \qquad (1.26) \\ &\quad - \frac{\rho r}{1+r-\rho}(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - \frac{r}{1+r-\rho}\epsilon_t \\ &= \rho(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + \epsilon_t - \frac{\rho r}{1+r-\rho}(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - \frac{r}{1+r-\rho}\epsilon_t \\ &= \rho(1 - \frac{r}{1+r-\rho})(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + (1 - \frac{r}{1+r-\rho})\epsilon_t \\ &= \rho(\frac{1+r-\rho-r}{1+r-\rho})(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + (\frac{1+r-\rho-r}{1+r-\rho})\epsilon_t \\ &= \rho(\frac{1-\rho}{1+r-\rho})(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + \frac{1-\rho}{1+r-\rho}\epsilon_t \end{aligned}$$

Neočekivani pozitivan šok u neto proizvodnji ($\epsilon_t > 0$) vodi poboljšanju tekućeg računa ukoliko je šok privremen ($\rho < 1$), a nema efekat ukoliko je trajan ($\rho = 1$, pa je ceo izraz 0).

Jednačina tekućeg računa pokazuje da on ima predvidivu komponentu koja nastaje po osnovu očekivanja proizvodnje iz prethodnog perioda. U trenutku $t-1$ očekivano odstupanje neto proizvodnje od permanentnog nivoa je:

$$E_{t-1}(NO_t - \widetilde{NO}) = E_{t-1}\{NO_t - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}NO_s\}$$

Koristeći izraz (1.20) ova relacija postaje:

$$\begin{aligned} E_{t-1}(NO_t - \widetilde{NO}) &= \rho(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - \frac{r}{1+r}\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{\rho}{1+r})^{s-t}\rho \\ &\quad (NO_{t-1} - \widetilde{NO}) \\ &= \rho(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - \rho\frac{r}{1+r-\rho}(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) \\ &= \rho(1 - \frac{r}{1+r-\rho})(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) \\ &= \rho\frac{1-\rho}{1+r-\rho}(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) \end{aligned} \tag{1.27}$$

Ukoliko relaciju (1.27) zamenimo u relaciji (1.26), tekuću vrednost tekućeg računa platnog bilansa je moguće zapisati kao zbir prethodno očekivanog rasta neto proizvodnje (u periodu $t-1$) i šoka u neto proizvodnji u periodu t:

$$CA_t = E_{t-1}(NO_t - \widetilde{NO}) + \frac{1-\rho}{1+r-\rho}\epsilon_t \tag{1.28}$$

Međutim ukoliko se pretpostavi da je neto proizvodnja nestacionarna, može da se izrazi kao:

$$NO_{t+1} - NO_t = \rho(NO_t - NO_{t-1}) + \epsilon_{t+1} \tag{1.29}$$

gde je $0 < \rho < 1$. Tada je:

$$(NO_t - NO_{t-1})(1 - \rho L) = \epsilon_t \tag{1.30}$$

$$\begin{aligned} NO_t - NO_{t-1} &= \frac{1}{(1-\rho L)}\epsilon_t = (1 + \rho L + \rho^2 L^2 + ...)\epsilon_t && (1.31) \\ &= \epsilon_t + \rho\epsilon_{t-1} + \rho^2\epsilon_{t-2} + ... && (1.32) \\ NO_t &= NO_{t-1} + \sum_{s=-\infty}^{t}\rho^{t-s}\epsilon_s \end{aligned}$$

Postoji samo jedna razlika u odnosu na slučaj u kome je proizvodnja bila stacionarna, sada je ona funkcija NO_{t-1}, a ne $\widetilde{NO}$. Međutim, ova razlika znači da dok je u stacionarnom slučaju šok u proizvodnji ϵ_t uticao na proizvodnju NO_{t+1} sa $\rho\epsilon_t$, NO_{t+2} sa $\rho^2\epsilon_t$, itd, sada isti šok ima uticaj na NO_{t+1} $(1+\rho)\epsilon_t$, na NO_{t+2} $(1+\rho+\rho^2)\epsilon_t$, itd. Pošto svi budući nivoi proizvodnje rastu više od ϵ_t, permanentni nivo proizvodnje fluktuira više od tekuće proizvodnje (osim u slučaju $\rho = 0$, kada su fluktoacije jednake). Optimalno raspoređivanje potrošnje sada implicira da šok u proizvodnji vodi većem povećanju potrošnje. Kao rezultat toga, pozitivan šok u proizvodnji pogoršava tekući račun.

2 Uticaj perzistentnosti šoka u dohotku u modelu sa navikama

Da bismo pokazali efekte šokova neto proizvodnje na potrošnju i tekući račun u modelu sa navikama, pretpostavimo, kao i ranije, da odstupanje od srednje vrednosti neto proizvodnje sledi $AR(1)$ proces:

$$(NO_t - \widetilde{NO}) = \rho(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + \epsilon_t$$

Pri tome, ρ ima vrednosti 0 i 1, a ϵ je identično i nezavisno raspoređena slučajna greška, a $0 \leq \rho \leq 1$.

Pošto je očekivana vrednost slučajne greške jednaka nula, $E_t\epsilon_s = 0$ za svako $s > t$, očekivanje gornje jednačine u bilo kom budućem trenutku s se može zapisati kao:

$$E_t(NO_s - \widetilde{NO}) = \rho^{s-t}(NO_t - \widetilde{NO}) \tag{2.1}$$

Tada se jednačina konstantnog toka potrošnje modela sa navikama (1.45) može zapisati kao funkcija šokova u neto proizvodnji. Najpre, u jednačini potrošnje od neto proizvodnje oduzmimo i dodajmo njen permanentni nivo.

$$\begin{aligned}
C_t &= \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \frac{r}{1+r}(1 - \frac{\delta}{1+r})\{(1+r)B_t + \sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s)\} \qquad (2.2) \\
&= \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \frac{r}{1+r}(1 - \frac{\delta}{1+r})\{(1+r)B_t + [\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t} \\
&\quad E_t(NO_s + \widetilde{NO} - \widetilde{NO})]\} \\
&= \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + \frac{r}{1+r}(1 - \frac{\delta}{1+r})\{(1+r)B_t + [\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s - \widetilde{NO})]\} + \\
&\quad + \frac{r}{1+r}(1 - \frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\widetilde{NO}
\end{aligned}$$

Poslenji izraz sa desne strane gornje jednačine (2.2) može se zapisati kao:

$$\begin{aligned}
\frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t}^{\infty}(\frac{1}{1+r})^{s-t}\widetilde{NO} &= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})(1+\frac{1}{1+r}+...)\widetilde{NO} \\
&= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})\frac{1}{1-\frac{1}{1+r}}\widetilde{NO} \\
&= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})\frac{1+r}{r}\widetilde{NO} \\
&= (1-\frac{\delta}{1+r})\widetilde{NO}
\end{aligned}$$

Ukoliko izvedeni izraz vratimo u jednačinu potrošnje (2.2) ona postaje:

$$\begin{aligned}
C_t &= \frac{\delta}{1+r}C_{t-1}+\frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})\{(1+r)B_t+ \\
&+\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s-\widetilde{NO})]\}+(1-\frac{\delta}{1+r})\widetilde{NO}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Izvođenje uticaja šokova na potrošnju zahteva uzimanje očekivanja trećeg izraza sa desne strane, koji predstavlja odstupanje neto proizvodnje od permanentnog nivoa. Koristeći (2.1) ovaj izraz postaje:

$$\begin{aligned}
\frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{1}{1+r})^{s-t}E_t(NO_s)-\widetilde{NO}] &= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})\sum_{s=t}^{\infty}[(\frac{\rho}{1+r})^{s-t} \\
&\quad (NO_t-\widetilde{NO})] \\
&= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})(1+\frac{\rho}{1+r}+...) \\
&\quad (NO_t-\widetilde{NO})] \\
&= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{\rho}{1+r}}}) \\
&\quad (NO_t-\widetilde{NO}) \\
&= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{1}{1-\frac{\rho}{1+r}}) \\
&\quad (NO_t-\widetilde{NO}) \\
&= \frac{r}{1+r}(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{1+r}{1+r-\rho}) \\
&\quad (NO_t-\widetilde{NO}) \\
&= (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho})(NO_t-\widetilde{NO})
\end{aligned}$$

Zamenom gornje relacije u izraz za potrošnju (2.3), on postaje:

$$C_t = \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + (1-\frac{\delta}{1+r})rB_t + (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho})(NO_t - \widetilde{NO}) + (1-\frac{\delta}{1+r})\widetilde{NO} \tag{2.4}$$

U slučaju modela sa navikama ukupan efekat promene neto proizvodnje na potrošnju je $(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho})$. Funkcija potrošnje pokazuje da rast neto proizvodnje (dohotka) za jednu jedinicu povećava potrošnju manje od 1, kao što je to bio slučaj sa osnovnim modelom (ukoliko je $\frac{r}{1+r-\rho} < 1$, što važi kada je $\rho < 1$, tj. kada su šokovi u neto proizvodnji privremeni). Međutim, kako je $1-\frac{\delta}{1+r} < 1$ efekat povećanja neto proizvodnje u tekućem periodu na potrošnju je manji od onog u osnovnom modelu modelu. Ali, sada i šokovi u permanentnoj neto proizvodnji (dohotku) utiču na tekući račun. Naime, dok je u osnovnom modelu promena permanentnog dohotka u potpunosti reflektovana u promeni potrošnje, taj uticaj je sada manji $1-\frac{\delta}{1+r}$. To znači da rast permanentnog nivoa neto proizvodnje od jedne jedinice poboljšava tekući računa za $\frac{\delta}{1+r}$ jedinica. Dakle, što je nivo navika veći, veći je i efekat promene permanentnog dohotka (neto proizvodnje) na tekući račun.

Proizvodnju je moguće prikazati i direktno u funkciji šokova neto proizvodnje. Ukoliko se izraz (2.1) zameni u izraz za potrošnju (2.4) ona se može iskazati kao funkcija šokova u neto proizvodnji:

$$\begin{aligned} C_t &= \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} + (1-\frac{\delta}{1+r})rB_t + (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r\rho}{1+r-\rho})(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) \\ &\quad +(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho})\epsilon_t + (1-\frac{\delta}{1+r})\widetilde{NO} \end{aligned} \tag{2.5}$$

Iz čega sledi da potrošnja u tekućem periodu reaguje na šok u neto proizvodnji na sledeći načini:

$$\frac{\partial C_t}{\partial \epsilon_t} = (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho}) = \frac{r}{1+r}\frac{1+r-\delta}{1+r-\rho} \tag{2.6}$$

Odredimo sada efekte šoka na tekući račun. Prema od ranije poznatom identitetu tekući račun se može zapisati kao:

$$\begin{aligned}
CA_t &= rB_t + NO_t - C_t \\
&= rB_t + NO_t - \frac{\delta}{1+r}C_{t-1} - (1-\frac{\delta}{1+r})rB_t - (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r\rho}{1+r-\rho}) \\
&\quad (NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho})\epsilon_t - (1-\frac{\delta}{1+r})\widetilde{NO} \\
&= -\frac{\delta}{1+r}C_{t-1} - \frac{\delta}{1+r}rB_t - (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r\rho}{1+r-\rho})(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - \\
&\quad -(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho})\epsilon_t + NO_t - \widetilde{NO} + \frac{\delta}{1+r}\widetilde{NO} \\
&= -\frac{\delta}{1+r}C_{t-1} - \frac{\delta}{1+r}rB_t - (1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r\rho}{1+r-\rho})(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - \\
&\quad -(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho})\epsilon_t + \rho(NO_{t-1} - \widetilde{NO}) + \epsilon_t + \frac{\delta}{1+r}\widetilde{NO} \\
&= -\frac{\delta}{1+r}C_{t-1} - \frac{\delta}{1+r}rB_t - [(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r\rho}{1+r-\rho}) - 1](NO_{t-1} - \widetilde{NO}) - \\
&\quad -[(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho}) - 1]\epsilon_t
\end{aligned}$$

Efekat šoka u neto proizvodnji na tekući račun je:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial CA_t}{\partial \epsilon_t} &= -[(1-\frac{\delta}{1+r})(\frac{r}{1+r-\rho}) - 1] \\
&= 1 - \frac{1+r-\delta}{1+r}\frac{r}{1+r-\rho} \\
&= \frac{(1+r)(1+r-\rho) - r(1+r-\delta)}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{1+r-\rho+r+r^2-r\rho-r-r^2+r\delta}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{1+r-\rho-r\rho+r\delta}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{1}{(1+r)} + \frac{r(\delta-\rho)}{(1+r)(1+r-\rho)}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Povećanje perzistentnosti ($\rho \to 1$) umanjuje efekat šoka, dok veći stepen navika u potrošnji pojačava njegov uticaj na tekući račun.[48]

3 Loglinearizacija modela sa kvadratnom funkcijom korisnosti

Kako bismo preveli model sa kvadratnom funkcijom korisnosti (čije je rešenje linearno) u loglinearnu formu, po uzoru na postupak izvođenja modela sa varijabilnim

[48] Ovo je jednostavniji zapis finalne relacije koju navodi Gruber (2004):

kamatnim stopama i deviznim kursevima (Bergin i Sheffrin, 2000) potrebno je linearizovati intertemporalno budžetsko ograničenje. Koristeći identitet tekućeg računa $CA_t = NO_t - C_t + r_t B_{t-1}$ i postavljajući uslov transverzalnosti $lim_{s\to\infty}(RB_s) = 0$ intertemporalno budžetsko ograničenje se može zapisati kao:

$$\sum_{s=t}^{\infty} R^{s-t} C_s = B_t + \sum_{s=t}^{\infty} R^{s-t} NO_s$$

gde je R tržišni diskontni faktor:

$$R = \frac{1}{1+r}$$

Primetimo da je u odnosu na modele sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom ka riziku tržišni diskontni faktor konstantan.

Prvi korak izvođenja podrazumeva linearizaciju sadašnje vrednosti tekuće i budućih vrednosti potrošnje.

$$\Phi_t = \sum_{s=t}^{\infty} R^{s-t} C_s = C_t + RC_{t+1} + R^2 C_{t+2}...$$

$$\Phi_{t+1} = C_{t+1} + RC_{t+2} + ...$$

$$...$$

Gornji niz implicira zakon kretanja za sadašnju vrednost beskonačnog toka potrošnje, Φ_t:

$$\Phi_{t+1} = \frac{1}{R}(\Phi_t - C_t); \text{za } t \geq 0 \tag{3.1}$$

Podelimo gornji izraz sa Φ_t :

$$\frac{\Phi_{t+1}}{\Phi_t} = \frac{1}{R}(1 - \frac{C_t}{\Phi_t})$$

i uzmimo logaritam obe strane:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta}{1+r} + \frac{1-\rho}{1+r}\frac{1+r-\delta}{1+r-\rho} &= \frac{\delta}{1+r} + \frac{1+r-\delta-\rho-r\rho+\rho\delta}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{\delta+r\delta-\rho\delta+1+r-\delta-\rho-r\rho+\rho\delta}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{r\delta+1+r-\rho-r\rho}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{r\delta+1+r-\rho-r\rho}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{1+r-\rho+r\delta-r\rho}{(1+r)(1+r-\rho)} \\
&= \frac{1}{(1+r)} + \frac{r(\delta-\rho)}{(1+r)(1+r-\rho)}
\end{aligned}$$

što je ekvivalentno izvedenoj relaciji.

$$\ln\Phi_{t+1} - \ln\Phi_t = \ln\frac{1}{R} + \ln(1 - e^{\ln C_t - \ln\Phi_t})$$

tako da dobijemo:

$$\phi_{t+1} - \phi_t = r + \ln(1 - e^{c_t - \phi_t}) \tag{3.2}$$

gde je $\ln\Phi_t = \phi_t$, $\ln C_t = c_t$, a $\ln\frac{1}{R} = r$.

Koristimo sada Tejlorovu ekspanziju I reda kako bismo aproksimirali nelinearni izraz $\ln(1 - e^{c_t - \phi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti c i ϕ:

$$\ln(1 - e^{c_t - \phi_t}) \approx \ln(1 - e^{c-\phi}) - \frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}}(c_t - c) + \frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}}(\phi_t - \phi) \tag{3.3}$$

Ukoliko je $1 - e^{c-\phi} = \rho$ tada izraz $\frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}}$ postaje:

$$-\frac{e^{c-\phi}}{1 - e^{c-\phi}} = -\frac{1 + e^{c-\phi} - 1}{1 - e^{c-\phi}} = \frac{1 - e^{c-\phi} - 1}{1 - e^{c-\phi}} = 1 - \frac{1}{1 - e^{c-\phi}} = 1 - \frac{1}{\rho}$$

pa je izraz (3.3) moguće zapisati kao:

$$\begin{aligned}
\ln(1 - e^{c_t - \phi_t}) &\approx \ln(\rho) + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - c) - (1 - \frac{1}{\rho})(\phi_t - \phi) \\
&\approx \ln(\rho) - (1 - \frac{1}{\rho})(c - \phi) + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t) \\
&\approx k + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t)
\end{aligned}$$

gde k predstavlja konstantni deo gornjeg izraza. Vratimo sada ovaj izraz u (3.2):

$$\phi_{t+1} - \phi_t \approx r + k + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t) \tag{3.4}$$

Ukoliko dodamo i oduzmemo promenu potrošnje, razliku $\phi_{t+1} - \phi_t$ je takođe moguće predstaviti kao:

$$\begin{aligned}
\phi_{t+1} - \phi_t &= \Delta c_{t+1} - \Delta c_{t+1} + \phi_{t+1} - \phi_t = \\
&= \Delta c_{t+1} + \phi_{t+1} - \phi_t - c_{t+1} + c_t = \\
&= \Delta c_{t+1} - (c_{t+1} - \phi_{t+1}) + (c_t - \phi_t)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Izjednačavajući desne strane jednačina (3.4) i (3.5) sledi:

$$\begin{aligned}
r + k + (1 - \frac{1}{\rho})(c_t - \phi_t) &= \Delta c_{t+1} - (c_{t+1} - \phi_{t+1}) + (c_t - \phi_t) \\
r + k - \frac{1}{\rho}(c_t - \phi_t) &= \Delta c_{t+1} - (c_{t+1} - \phi_{t+1}) \\
r + k - \Delta c_{t+1} &= \frac{1}{\rho}(c_t - \phi_t) - (c_{t+1} - \phi_{t+1})
\end{aligned}$$

Iteracijama unapred diferencijalne jednačine:

$$\frac{1}{\rho}(c_t - \phi_t) = r + k - \Delta c_{t+1} + (c_{t+1} - \phi_{t+1})$$

dobija se sledeći niz:

$$c_t - \phi_t = \rho(r - \Delta c_{t+1}) + \rho k + \rho(c_{t+1} - \phi_{t+1})$$

$$c_{t+1} - \phi_{t+1} = \rho(r - \Delta c_{t+2}) + \rho k + \rho(c_{t+2} - \phi_{t+2})$$

$$c_t - \phi_t = \rho(r - \Delta c_{t+1}) + \rho k + \rho^2(r - \Delta c_{t+2}) + \rho^2 k + \rho^2(c_{t+2} - \phi_{t+2})$$

...

koji se, ukoliko se zanemari njegov konstantni deo (što je moguće zbog načina konstrukcije podataka), može zapisati kao:

$$c_t - \phi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta c_s) \tag{3.6}$$

jer je $(\rho + \rho^2 + ..)k$ konstanta, a $\rho^{s-t}(c_s - \phi_s) \to 0$, kako $s \to \infty$. Razlika logaritma tekuće potrošnje i logaritma sadašnje vrednosti buduće potrošnje jednaka je diskontovanoj razlici budućih vrednosti kamatne stope i promene potrošnje.

Drugi korak zahteva linearizaciju sadašnje vrednosti tekuće i budućih vrednosti neto proizvodnje (NO_t)

$$\Psi_t = \sum_{s=t}^{\infty} R^{s-t} NO_s = NO_t + RNO_{t+1} + R^2 NO_{t+2}...$$

$$\Psi_{t+1} = NO_{t+1} + RNO_{t+2} + ...$$

...

Gornji niz implicira zakon kretanja za sadašnju vrednost tekuće i sume buduće neto proizvodnje (Ψ_t):

$$\Psi_{t+1} = \frac{1}{R}(\Psi_t - NO_t); \text{za } t \geq 0 \tag{3.7}$$

Podelimo izraz (3.7) sa Ψ_t :

$$\frac{\Psi_{t+1}}{\Psi_t} = \frac{1}{R}(1 - \frac{NO_t}{\Psi_t})$$

i uzmimo logaritam obe strane:

$$\ln \Psi_{t+1} - \ln \Psi_t = \ln \frac{1}{R} + \ln(1 - e^{\ln NO_t - \ln \Psi_t})$$

$$\psi_{t+1} - \psi_t = r_{t+1} + \ln(1 - e^{no_t - \psi_t}) \tag{3.8}$$

gde je $\ln \Psi_t = \phi_t$, $\ln NO_t = no_t$.
Koristimo ponovo Tejlorovu ekspanziju I reda kako bismo aproksimirali izraz $\ln(1 - e^{c_t - \psi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti c i ψ:

$$\ln(1 - e^{no_t - \psi_t}) \approx \ln(1 - e^{no - \psi}) - \frac{e^{no-\psi}}{1 - e^{no-\psi}}(no_t - no) + \frac{e^{no-\psi}}{1 - e^{no-\psi}}(\psi_t - \psi)$$

Ukoliko je $1 - e^{no-\psi} = \rho$, tada izraz $\dfrac{e^{no-\psi}}{1 - e^{no-\psi}}$ postaje:

$$-\frac{e^{no-\psi}}{1 - e^{no-\psi}} = -\frac{1 + e^{no-\psi} - 1}{1 - e^{no-\psi}} = \frac{1 - e^{no-\psi} - 1}{1 - e^{no-\psi}} = 1 - \frac{1}{1 - e^{no-\psi}} = 1 - \frac{1}{\rho} \tag{3.9}$$

Pa je gornji izraz moguće zapisati kao:

$$\begin{aligned}
\ln(1 - e^{no_t - \psi_t}) &\approx \ln(\rho) + (1 - \frac{1}{\rho})(no_t - no) - (1 - \frac{1}{\rho})(\psi_t - \psi) \\
&\approx \ln(\rho) - (1 - \frac{1}{\rho})(no - \psi) + (1 - \frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t) \\
&\approx k + (1 - \frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t)
\end{aligned}$$

Vratimo sada izraz (3.9) u (3.8):

$$\psi_{t+1} - \psi_t \approx r + k + (1 - \frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t) \tag{3.10}$$

Razliku $\psi_{t+1} - \psi_t$ je takođe moguće predstaviti kao:

$$\begin{aligned}
\psi_{t+1} - \psi_t &= \Delta no_{t+1} - \Delta no_{t+1} + \psi_{t+1} - \psi_t = \\
&= \Delta no_{t+1} + \psi_{t+1} - \psi_t - no_{t+1} + no_t = \\
&= \Delta no_{t+1} - (no_{t+1} - \psi_{t+1}) + (no_t - \psi_t)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Izjednačavajući desne strane jednačina (3.10) i (3.11):

$$\begin{aligned}
r + k + (1 - \frac{1}{\rho})(no_t - \psi_t) &= \Delta no_{t+1} - (no_{t+1} - \psi_{t+1}) + (no_t - \psi_t) \\
r + k - \frac{1}{\rho}(no_t - \psi_t) &= \Delta no_{t+1} - (no_{t+1} - \psi_{t+1}) \\
r + k - \Delta no_{t+1} &= \frac{1}{\rho}(no_t - \psi_t) - (no_{t+1} - \psi_{t+1})
\end{aligned}$$

Iteracijama unapred diferencijalne jednačine:

$$\frac{1}{\rho}(no_t - \psi_t) = r + k - \Delta no_{t+1} + (no_{t+1} - \psi_{t+1})$$

dobija se sledeći niz:

$$no_t - \psi_t = \rho(r - \Delta no_{t+1}) + \rho k + \rho(no_{t+1} - \psi_{t+1})$$

$$no_{t+1} - \psi_{t+1} = \rho(r - \Delta no_{t+2}) + \rho k + \rho(no_{t+2} - \psi_{t+2})$$

$$no_t - \psi_t = \rho(r - \Delta no_{t+1}) + \rho k + \rho^2(r - \Delta no_{t+2}) + \rho^2 k + \rho^2(no_{t+2} - \psi_{t+2})$$

$$...$$

koji se, ukoliko se ponovo zanemari njegov konstantni deo, može zapisati kao:

$$no_t - \psi_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta no_s) \tag{3.12}$$

jer je $(\rho + \rho^2 + ..)k$ konstanta, a $\rho^{s-t}(no_s - \psi_s) \to 0$, kako $s \to \infty$. Slično kao i u prvom koraku, razlika logaritma tekuće neto proizvodnje i logaritma sadašnje vrednosti buduće neto proizvodnje jednaka je diskontovanoj razlici budućih vrednosti promenljive kamatne stope i promene neto proizvodnje.

Treći, poslednji, korak podrazumeva loglinearizaciju budžetskog ograničenja:

$$\sum_{s=t}^{\infty} R^{s-t} C_s = B_t + \sum_{s=t}^{\infty} R^{s-t} NO_s$$

koje se prema ranije uvedenim oznakama može zapisati kao razlika sadašnje vrednosti potrošnje (Φ_t) i neto proizvodnje (Ψ_t):

$$\Phi_t - \Psi_t = B_t \tag{3.13}$$

uz pretpostavku da je B_t, inicijalni nivo neto strane aktive, strogo pozitivan (zbog uzimanja logaritma).

Ukoliko se ovako zapisano ograničenje (3.13) podeli sa Φ_t ono postaje:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\Psi_t}{\Phi_t} &= \frac{B_t}{\Phi_t} \\ \frac{\Psi_t}{\Phi_t} &= 1 - \frac{B_t}{\Phi_t} \end{aligned}$$

Ako se sada gornji izraz logaritmuje:

$$\ln \Psi_t - \ln \Phi_t = \ln(1 - e^{\ln B_t - \ln \Phi_t})$$

$$\psi_t - \phi_t = \ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) \tag{3.14}$$

gde je $lnB_t = b_t$. Koristimo ponovo Tejlorovu ekspanziju I reda kako bismo aproksimirali izraz $\ln(1 - e^{b_t - \phi_t})$ oko ravnotežnih vrednosti b i ϕ:

$$\ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) \approx \ln(1 - e^{b-\phi}) - \frac{e^{b-\phi}}{1 - e^{b-\phi}}(b_t - b) + \frac{e^{b-\phi}}{1 - e^{b-\phi}}(\phi_t - \phi)$$

Ukoliko je $1 - e^{b-\phi} = 1 - \frac{\bar{B}}{\bar{\Phi}} = \Omega$, tada je po analogiji sa ranije izvedenim izrazom (3.9) gornji izraz moguće zapisati kao:

$$\begin{aligned}
\ln(1 - e^{b_t - \phi_t}) &\approx \ln(\Omega) + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - b) - (1 - \frac{1}{\Omega})(\phi_t - \phi) \\
&\approx \ln(\Omega) + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) - (1 - \frac{1}{\Omega})(b - \phi) \\
&\approx k + (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t)
\end{aligned}$$

Zamenjujući ovaj izraz u (3.14), budžetsko ograničenje moguće je zapisati kao:

$$\psi_t - \phi_t = (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) \tag{3.15}$$

Kombinovanjem linearizovanog budžetskog ograničenja (3.15) sa izrazima izvedenim u prva dva koraka (3.6) i (3.12), koji se mogu zapisati i kao:

$$\begin{aligned}
c_t - \phi_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta c_s) \\
\phi_t &= c_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta c_s)
\end{aligned}$$

odnosno:

$$\begin{aligned}
no_t - \psi_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta no_s) \\
\psi_t &= no_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta no_s)
\end{aligned}$$

ono postaje:

$$\begin{aligned}
\psi_t - \phi_t &= (1 - \frac{1}{\Omega})(b_t - \phi_t) \\
\psi_t &= (1 - \frac{1}{\Omega})b_t + \frac{1}{\Omega}\phi_t \\
no_t - \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta no_s) &= (1 - \frac{1}{\Omega})b_t + \frac{1}{\Omega}c_t - \frac{1}{\Omega}\sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta c_s) \\
no_t - \frac{c_t}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t &= \sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta no_s) - \frac{1}{\Omega}\sum_{s=t+1}^{\infty} \rho^{s-t}(r - \Delta c_s) \\
no_t - \frac{c_t}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t &= -\sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s - \frac{\Delta c_s}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})r
\end{aligned}$$

Ukoliko uzmemo očekivanja gornje jednačine u trenutku t i koristimo Ojlerovu jednačinu potrošnje modela sa kvadratnom funkcijom potrošnje prema kojoj potrošač želi da očuva konstantan nivo potrošnje, tj. $E_t(\Delta c_{t+1}) = 0$, gornji izraz postaje:

$$no_t - \frac{c_t}{\Omega} - (1 - \frac{1}{\Omega})b_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s - (1 - \frac{1}{\Omega})r_s) \tag{3.16}$$

gde je $1 - \frac{\bar{B}}{\bar{\Phi}} = \Omega$. Ukoliko se pretpostavi da u ravnotežnom stanju $\bar{B} = 0$, tj. da zemlja u ravnoteži ne može da ima pozitivan ili negativan nivo neto imovine u inostranstvu, Ω je jednako 1, pa se gornji izraz pojednostavljuje:

$$no_t - c_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s)$$

Izraz sa leve strane je moguće obeležiti kao CA_t^*, kao i u slučaju modela koji su izvedeni loglinearizacijom:

$$CA_t^* = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t}(\Delta no_s) \tag{3.17}$$

gde je $CA_t^* \equiv no_t - c_t$, što pokazuje validnost pristupa koji koristi Bergin (2013), tj. opravdanost prevođenja modela sa kvadratnom funkcijom korisnosti u loglinearnu formu, bez čega selekcija modela ne bi bila moguća.

Alternativno, moguće je i direktno pokazati ekvivalentnost linearizovanog (3.17) i nelinearizovanog izraza za tekući račun (3.1). Polazeći od nelinearizovane relacije tekućeg tačuna prema kojoj je:

$$CA_t = NO_t - C_t = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} R^{s-t} \Delta NO_s$$

gde je $R = \frac{1}{1+r}$, moguće je zapisati sledeću jednakost:

$$e^{\ln NO_t - \ln C_t} = -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} R^{s-t} e^{\ln \Delta NO_s} \tag{3.18}$$

Dodajući 1 sa obe strane gornje jednačine ona postaje:

$$1 + e^{no_t - c_t} = 1 - E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} R^{s-t} e^{\ln \Delta NO_s} \tag{3.19}$$

gde je $no_t = \ln NO_t$, $c_t = \ln C_t$. Ukoliko se uvede smena $\Psi_t = E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} R^{s-t} e^{\ln \Delta no_s}$, i uzme logaritam, gornji izraz se može zapisati kao:

$$\ln(1 + e^{no_t - c_t}) = \ln(1 - \Psi_t)$$

ili,

$$\ln(1 + e^{no_t - c_t}) = \ln(1 - e^{\psi_t}) \tag{3.20}$$

gde je $\psi_t = ln\Psi_t$. Nelinearne izraze sa leve i desne strane relacije (3.20) je moguće aproksimirati Tejlorovom ekspanzijom I reda. Linearizacijom izraz sa leve strane postaje:

$$\ln(1 + e^{no_t - c_t}) \approx \ln(1 + e^{no-c}) + \frac{e^{no-c}}{1 + e^{no-c}}(no_t - no) - \frac{e^{no-c}}{1 + e^{no-c}}(c_t - c) \tag{3.21}$$

ukoliko se u gornji izraz uvede smena $\rho = 1 + e^{no-c}$, on postaje:

$$\begin{aligned} \ln(1 + e^{no_t - c_t}) &\approx \ln(\rho) + \frac{\rho - 1}{\rho}(no_t - no) - \frac{\rho - 1}{\rho}(c_t - c) \\ &\approx \ln(\rho) - \frac{\rho - 1}{\rho}(no - c) + \frac{\rho - 1}{\rho}(no_t - c_t) \\ &\approx k_1 + \frac{\rho - 1}{\rho}(no_t - c_t) \end{aligned} \tag{3.22}$$

gde je k_1, konstantni deo izraza.
Tejlorova aproksimacija I reda izraza sa desne strane (3.20) je:

$$\ln(1 - e^{\psi_t}) \approx \ln(1 - e^{\psi}) + \frac{e^{\psi}}{1 - e^{\psi}}(\psi_t - \psi)$$

ukoliko se u gornji izraz uvede smena $\theta = 1 - e^{\psi}$, on postaje:

$$\begin{aligned} \ln(1 - e^{\psi_t}) &\approx \ln(1 - e^{\psi}) + \frac{1 + e^{\psi} - 1}{1 - e^{\psi}}(\psi_t - \psi) \\ &\approx \ln(\theta) - \frac{-1 + 1 - e^{\psi}}{1 - e^{\psi}}(\psi_t - \psi) \\ &\approx \ln(\theta) - \frac{\theta - 1}{\theta}(\psi_t - \psi) \end{aligned}$$

ukoliko se konstantni deo gornjeg izraza $(\ln(\theta) + \frac{\theta - 1}{\theta}\psi)$ obeleži sa k_2, on se pojednostavljeno može zapisati kao:

$$\ln(1 - e^{\psi_t}) \approx k_2 - \frac{\theta - 1}{\theta}\psi_t \tag{3.23}$$

Zamenom dobijenih Tejlorovih aproksimacija (3.22) i (3.23) u polaznu relaciju (3.20) dobija se sledeći izraz:

$$k_1 + \frac{\rho - 1}{\rho}(no_t - c_t) = k_2 - \frac{\theta - 1}{\theta}\psi_t \tag{3.24}$$

S obzirom da je analiza sprovedena na podacima koji su računati kao odstupanja od uzoračke sredine, možemo zanemariti konstantni deo izraza (3.24):

$$\frac{\rho - 1}{\rho}(no_t - c_t) = -\frac{\theta - 1}{\theta}\psi_t$$

Ukoliko je $\rho = \theta$, on postaje:

$$\begin{aligned} no_t - c_t &= -\psi_t \\ &= -\ln(E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} R^{s-t}\Delta NO_s) \end{aligned}$$

Uz pretpostavku zajedničke lognormalnosti kamatne stope i neto proizvodnje i konstantne varijanse (videti detaljnije pretpostavke linearizacije Ojlerove jednačine modela sa funkcijom korisnosti sa konstantnom relativnom averzijom prema riziku u prethodnom pododeljku), moguće je zapisati (uz zanemarivanje konstantnog dela):

$$\begin{aligned} no_t - c_t &= -\ln(E_t[R\Delta NO_{t+1} + R^2\Delta NO_{t+2} + ...) \\ &= -E_t[\ln(R\Delta NO_{t+1}) + \ln(R^2\Delta NO_{t+2}) + ...] \\ &= -E_t[\ln \Delta NO_{t+1} + \ln \Delta NO_{t+2} + ... + \ln R + \ln R^2 + ...] \\ &= -E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} (\ln R)^{s-t}\Delta no_s \end{aligned} \tag{3.25}$$

što pokazuje da je uz navedene (ne tako restriktivne) pretpostavke nelinearizovana relacija tekućeg računa ekvivalentna linearizovanoj relaciji.

4 R test modela sadašnje vrednosti

Po uzoru na rad Campbell (1987) i Campbell i Shiller (1988) neka je dat sledeći VAR model:

$$\begin{bmatrix} \Delta NO_t \\ ... \\ \Delta NO_{t-p+1} \\ CA_t \\ ... \\ CA_{t-p+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & ... & a_p & b_1 & ... & b_p \\ 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ c_1 & ... & c_p & d_1 & ... & d_p \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta NO_{t-1} \\ ... \\ \Delta NO_{t-p} \\ CA_{t-1} \\ ... \\ CA_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ 0 \\ ... \\ u_{2t} \\ ... \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matrični zapis ovog modela je:

$$Z_t = A_t Z_{t-1} + u_t$$

Ocenjena vrednost tekućeg računa može se predstaviti kao:

$$g' Z_t = -\sum_{s=t+1}^{\propto} (\frac{1}{1+r})^{s-t} h' A^{s-t} Z_t$$

Gde su vektori $g = [0...10...]$ i $h = [1...00...0]$.

Podelimo obe jednačine sa Z_t, i iskoristimo to što desni deo jednačine predstavlja geometrijsku progresiju, da bi se gornji izraz zapisao kao:

$$g' = -h'(\frac{1}{1+r})A[I - (\frac{1}{1+r})A]^{-1}$$

Pomnožimo izraz sa $[I - (\frac{1}{1+r})A]$ kako bi izbegli invertovanje matrice i izveli ograničenja:

$$g'[I - (\frac{1}{1+r})A] = -h'(\frac{1}{1+r})A$$

Ovaj izraz ima sledeći matrični zapis:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ ... \\ 0 \\ 1 \\ ... \\ 0 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 1 & ... & 0 \\ ... & & & ... \\ & & & \\ 0 & 0 & ... & 1 \end{bmatrix}_{2px2p} - \frac{1}{1+r} \begin{bmatrix} a_1 & ... & a_p & b_1 & ... & b_p \\ 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ c_1 & ... & c_p & d_1 & ... & d_p \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \end{bmatrix}$$
$$= - \begin{bmatrix} 1 \\ ... \\ 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{bmatrix}' \frac{1}{1+r} \begin{bmatrix} a_1 & ... & a_p & b_1 & ... & b_p \\ 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ c_1 & ... & c_p & d_1 & ... & d_p \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \end{bmatrix}$$

$$
\begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}'
\begin{bmatrix}
1-\frac{a_1}{1+r} & -\frac{a_2}{1+r} & \dots & -\frac{a_p}{1+r} & -\frac{b_1}{1+r} & \dots & -\frac{b_p}{1+r} \\
-\frac{1}{1+r} & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
\dots & & & & & & \dots \\
-\frac{c_1}{1+r} & -\frac{c_2}{1+r} & \dots & \frac{c_p}{1+r} & 1-\frac{d_1}{1+r} & \dots & -\frac{d_p}{1+r} \\
0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{1+r} & \dots & 0 \\
\dots & & & & & & \dots \\
0 & 0 & \dots & & & -\frac{1}{1+r} & 1
\end{bmatrix}
$$

$$
= -\begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}'
\begin{bmatrix}
\frac{a_1}{1+r} & \frac{a_2}{1+r} & \dots & \frac{a_p}{1+r} & \frac{b_1}{1+r} & \dots & \frac{b_p}{1+r} \\
\frac{1}{1+r} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & \frac{1}{1+r} & & & & & 0 \\
\dots & & & & & & \dots \\
\frac{c_1}{1+r} & \frac{c_2}{1+r} & \dots & \frac{c_p}{1+r} & \frac{d_1}{1+r} & \dots & \frac{d_p}{1+r} \\
0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{1+r} & \dots & 0 \\
\dots & & & & & & \dots \\
0 & 0 & \dots & & & \frac{1}{1+r} & 0
\end{bmatrix}
$$

Množenjem matrica dobija se:

$$= \frac{\begin{bmatrix} -\dfrac{c_1}{1+r} & -\dfrac{c_2}{1+r} & ... & \dfrac{c_p}{1+r} & 1-\dfrac{d_1}{1+r} & ... & -\dfrac{d_p}{1+r} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -\dfrac{a_1}{1+r} & -\dfrac{a_2}{1+r} & ... & -\dfrac{a_p}{1+r} & -\dfrac{b_1}{1+r} & ... & -\dfrac{b_p}{1+r} \end{bmatrix}}$$

Iz čega slede ograničenja:

$$\begin{bmatrix} c_1 = a_1 \\ ... \\ c_p = a_p \\ d_1 - b_1 = 1 + r \\ d_2 = b_2 \\ ... \\ d_p = b_p \end{bmatrix}'$$

Ako sada od jednačine za CA oduzmemo jednačinu za ΔNO :

$$\begin{aligned} CA_t - \Delta NO_t &= (c_1 - a_1)\Delta NO_{t-1} + ... + (c_p - a_p)\Delta NO_{t-p} + (d_1 - b_1)CA_{t-1} + ... \\ &\quad +(d_p - b_p)CA_{t-p} + u_{2t} - u_{1t} \end{aligned}$$

Ukoliko važe ograničenja (i koristi se smena $d_1 - b_1 = 1 + r$) dobijamo:

$$CA_t - \Delta NO_t - (1 + r)CA_{t-1} = 0$$

Što je vrednost R statistike u slučaju osnovnog modela (Obstfeld i Rogoff, 1996).

ISBN: 978-86-86281-34-0

FAKULTET ZA EKONOMIJU, FINANSIJE I ADMINISTRACIJU